

Abelhas STEM: Trabalho interdisciplinar entre a matemática e as ciências para a exploração da forma do favo

NEUSA BRANCO
BENTO CAVADAS

Em 2021, no número 159 da Revista Educação e Matemática, publicamos um artigo intitulado *Abelhas STEM: Uma proposta de trabalho interdisciplinar entre a matemática e as ciências no 2.º ciclo* (Cavadas et al., 2021). Nesse artigo foi apresentado o relato de uma proposta de trabalho interdisciplinar, envolvendo a Matemática e as Ciências Naturais, que consistiu na exploração das características dos alvéolos de um favo (figura 1), baseada numa análise a duas dimensões, de modo a serem identificadas as vantagens da forma hexagonal que se observa nos alvéolos. Essa proposta de trabalho foi concretizada com alunos do 2.º ciclo. O presente artigo centra-se na segunda parte da proposta de trabalho Abelhas STEM, dando assim continuidade ao anterior. É agora apresentada a exploração da forma tridimensional dos alvéolos, para se melhor compreender a estrutura do favo.

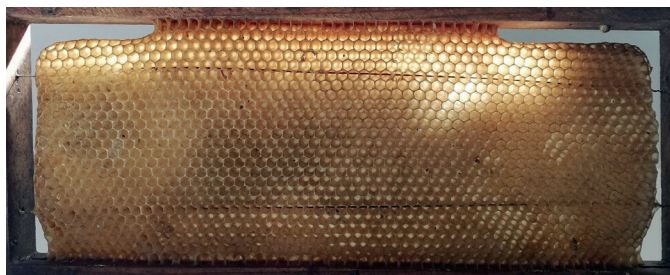


Figura 1. Favo (Créditos: Autores)

A forma tridimensional dos alvéolos é usada pelas abelhas para armazenamento de mel e também para depósito dos ovos que vão gerar os descendentes. Os favos são formados por duas camadas de alvéolos, que se unem na base fechada do alvéolo, ficando em sentidos opostos a abertura dos alvéolos de cada camada, permitindo o acesso exterior.

Os alvéolos dessas duas camadas possuem uma inclinação de cerca de 13° . Essa inclinação contribui para que o ovo depositado pela abelha não caia para o exterior, caso se desprenda da parede do alvéolo em que foi fixado, facilita o acesso das abelhas ao conteúdo do alvéolo e favorece o armazenamento do mel. Oeder e Schwabe (2021) sugerem que uma vantagem da inclinação dos alvéolos é direcionar cerca de 10% do peso do conteúdo para a parede intermédia, aumentando assim a capacidade de carga do alvéolo.

A exploração que é discutida neste artigo resulta da concretização da proposta de trabalho na formação inicial de professores de matemática e ciências do 2.º ciclo. Nesta parte da proposta de trabalho foi apresentado um problema inicial aos estudantes, facultados modelos dos alvéolos e planificações desses modelos. São apresentados excertos das produções de diferentes grupos de estudantes, recolhidas durante a realização do trabalho e a sua apresentação e discussão em coletivo.

O quadro 1 sintetiza as oportunidades de exploração curricular no 2.º ciclo que enquadram a proposta de trabalho Abelhas STEM, incluindo a parte da proposta que foi apresentada em Cavadas et al. (2021).

A proposta de trabalho Abelhas STEM visa também explorar o papel destes insetos na natureza, contribuindo para a consecução do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 15 - Proteger, restaurar e promover a utilização sustentável dos ecossistemas terrestres, gerir de forma sustentável as florestas, combater a desertificação, prevenir e inverter a degradação dos solos e travar a perda de biodiversidade (United Nations, 2015).

PROBLEMA INICIAL

Os favos são formados por duas camadas opostas de alvéolos, em que uma base hexagonal aberta permite a entrada das abelhas, de um lado e de outro do favo. Essas camadas de alvéolos partilham uma parede intermédia, otimizando espaço e material.

Tendo em conta as informações anteriores, foram disponibilizados aos estudantes dois modelos para a construção de alvéolos e de favos (figura 2). Note-se que os modelos que são apresentados não contemplam a inclinação real dos alvéolos no favo (cerca de 13°). São modelos simplificados que permitem a exploração de algumas características dos modelos reais, mas não a sua totalidade.

A partir destes modelos foi colocada a seguinte questão aos estudantes:

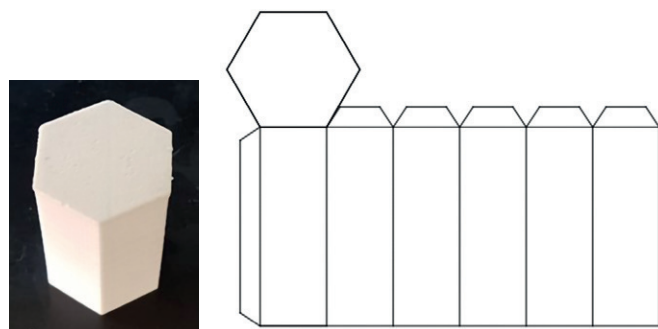
Qual é a forma geométrica 3D dos alvéolos mais vantajosa para a construção do favo?

Para apoiar o trabalho dos estudantes na resolução do problema, foram-lhes fornecidas planificações em papel, a partir das quais construíram os modelos dos alvéolos em três dimensões.

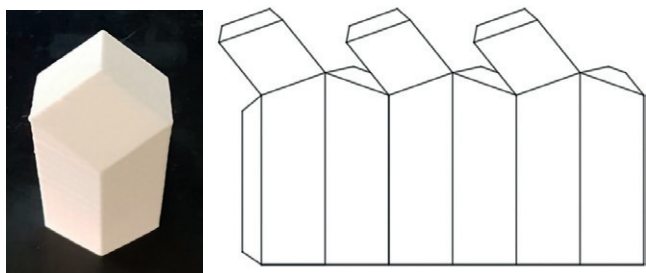
Quadro 1. Enquadramento curricular da proposta de trabalho “Abelhas STEM”

Temas Tópicos		Aprendizagens essenciais
Matemática 5.º ano (Canavarro et al., 2021)	Capacidades matemáticas Raciocínio matemático Comunicação matemática Conexões matemáticas Representações múltiplas	<ul style="list-style-type: none"> • Formular e testar conjecturas/generalizações, a partir da identificação de regularidades comuns a objetos em estudo, nomeadamente recorrendo à tecnologia. • Justificar que uma conjectura/generalização é verdadeira ou falsa, usando progressivamente a linguagem simbólica. • Descrever a sua forma de pensar acerca de ideias e processos matemáticos, oralmente e por escrito. • Reconhecer e usar conexões entre ideias matemáticas de diferentes temas, e compreender esta ciência como coerente e articulada. • Identificar a presença da Matemática em contextos externos e compreender o seu papel na criação e construção da realidade. • Usar representações múltiplas para demonstrar compreensão, raciocinar e exprimir ideias e processos matemáticos, em especial linguagem verbal e diagramas.
	Geometria e Medida	<ul style="list-style-type: none"> • Compreender o significado de figuras equivalentes e resolver problemas em diversos contextos. • Identificar e construir poliedros a partir das suas planificações, estabelecendo relações entre elementos da planificação e do poliedro.
Ciências Naturais 5.º ano (ME/DGE, 2018)	Diversidade de seres vivos e suas interações com o meio	<ul style="list-style-type: none"> • Perceber a diversidade dos seres vivos que vivem no planeta Terra e as interações que estes estabelecem com o meio. • Relacionar as características (forma do corpo, revestimento, órgãos de locomoção) de diferentes animais com o meio onde vivem. • Caracterizar alguma da biodiversidade existente a nível local, regional e nacional, apresentando exemplos de relações entre a flora e a fauna nos diferentes habitats. • Formular opiniões críticas sobre ações humanas que condicionam a biodiversidade e sobre a importância da sua preservação.

Também dispunham de modelos em plástico construídos em impressão 3D. A seguir foi indicado que construíssem dois favos, um com o modelo 1 e o outro com o modelo 2. Depois de explorarem as características desses favos tinham de apresentar os argumentos que justificaram a escolha de um dos modelos para a construção do favo.



Modelo 1 e planificação



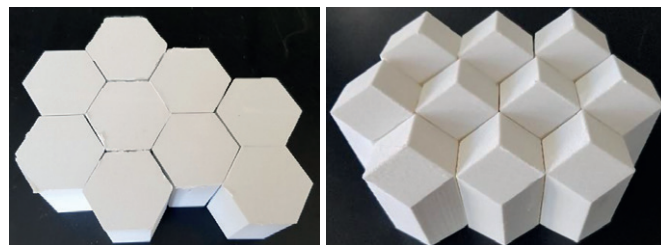
Modelo 2 e planificação

Figura 2. Modelos e planificações de alvéolos, realizados pelos autores. Créditos: autores

EXEMPLOS DE ASPETOS EXPLORADOS

Robustez da estrutura do favo

A robustez estrutural que cada um dos modelos confere ao favo foi um dos aspetos explorado para seleccionar um dos modelos de alvéolos. Os estudantes propuseram-se a fazer a “construção completa dos favos de modo a investigar, através da observação da estrutura, aquela que irá proporcionar uma maior resistência e solidez à colmeia, assim como as razões para tal” (Estudantes). Começaram por dispor os modelos de modo a não deixar espaços vazios entre os alvéolos, formando uma das camadas do favo, conforme se pode observar na figura 3.



A

B

Figura 3. Camada de um favo construída com o modelo 1 (A) e camada de um favo construída com o modelo 2 (B). Créditos: autores

Após sobreporem duas camadas de alvéolos, testaram com as mãos a robustez de cada um dos favos resultantes (figuras 4 e 5). Concluíram que os alvéolos justapostos no modelo 1 deslizam entre si quando aplicadas as forças representadas na figura 4 e que os alvéolos justapostos no modelo 2 oferecem

maior resistência ao deslizamento, quando aplicadas as forças representadas na figura 5.

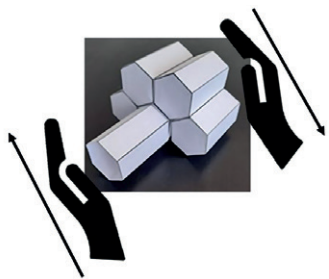


Figura 4. Exemplo de favo construído com o modelo 1 e forças aplicadas. Créditos: autores



Figura 5. Exemplo de favo construído com o modelo 2 e forças aplicadas. Créditos: autores

A afirmação seguinte ilustra a reflexão final desta exploração por um grupo de estudantes: “Optamos pelo modelo 2, que é composto por losangos na base, porque acreditamos que torna a estrutura mais estável, flexível e resistente em caso de agressões e/ou acidentes. O formato hexagonal vai permitir um encaixe em zig zag, isto é, o oposto ao encaixe em linha reta. Este encaixe cruzado protege melhor os favos (...) pois torna toda a estrutura da colmeia mais forte.” (Estudantes).

Capacidade do alvéolo

A maior capacidade de um dos modelos foi um aspeto que os estudantes consideraram que poderia ser determinante para o escolher em detrimento do outro. No entanto, a percepção do modelo com maior capacidade não foi unânime entre os estudantes. Por essa razão, decidiram fazer diferentes experiências para testarem a sua capacidade. Uma delas foi preencher o modelo 1, construído em papel, com materiais como areia ou arroz, e vazá-lo para o modelo 2, como exemplificado na seguinte afirmação: “Iremos começar por comparar o volume de ambos os modelos, com recurso a bagos de arroz (abordagem empírica), para compreender se existem diferenças na quantidade de mel que cada um seria capaz de armazenar” (Estudantes). Após a realização da experiência

verificaram que o modelo 2 tinha a mesma capacidade do modelo 1.

Outra experiência, desta vez realizada com os modelos criados em plástico, foi encher com água o modelo 1 e vazá-lo para o modelo 2 (figura 6). Isso permitiu que verificassem, novamente, que ambos os modelos tinham a mesma capacidade.

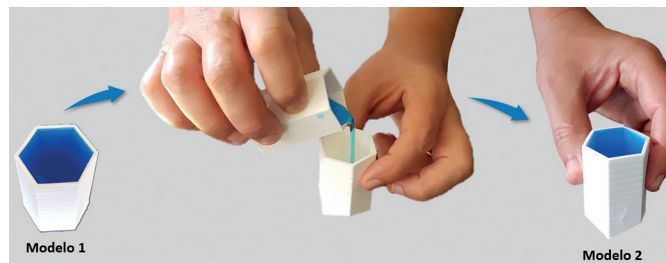


Figura 6. Representação da experiência de aferição da capacidade do modelo 1 e do modelo 2, com água colorida. Créditos: autores

Quantidade de material necessário à construção do alvéolo

Os estudantes também procuraram identificar aspetos que trouxessem maior benefício para as abelhas, como por exemplo, a poupança de recursos, como a cera - para a construção dos favos -, ou o néctar e pólen - como alimentos que fornecem a energia à abelha para a construção do favo. Procuraram, então, identificar qual dos modelos requer uma menor quantidade de cera para a sua construção: “Será calculada a área de cada um dos modelos, de modo a determinar qual necessita de um menor gasto de cera” (Estudantes). Assim, usaram as planificações para realizar medições e calcular a medida da área das faces de cada modelo. Para tal, no modelo 1 calcularam a medida da área dos retângulos laterais e a medida da área do hexágono da base e, no modelo 2, calcularam a medida da área dos trapézios retângulos, que constituem as faces laterais, e a medida da área dos losangos que formam a parte fechada do alvéolo. A figura 7 apresenta um exemplo dos cálculos realizados por um grupo de estudantes.

Um grupo indica que “podemos concluir que o modelo 2 é o mais indicado para os alvéolos porque gasta uma menor quantidade

• Modelo 1

Área total = Área dos retângulos + Área do hexágono

Área de cada retângulo:

$$A = c \times l$$

$$A = 9 \times 3$$

$$A = 27 \text{ cm}^2$$

Como no modelo 1 há 6 retângulos então: $27 \times 6 = 162 \text{ cm}^2$

Área do hexágono regular:

$$\frac{b \cdot a}{2} \times 6 = \frac{3 \times 2,6}{2} \times 6 = 23,4 \text{ cm}^2$$

Área total = $23,4 + 162$

Área total = 185,4 cm²

Figura 7. Exemplo de resolução do cálculo da área total de cada um dos modelos de alvéolos, de um grupo de estudantes.

• Modelo 2

Área total = Área dos trapézios + Área dos losangos

Área de cada Losango:

$$\frac{D \times d}{2} = \frac{5 \times 3,5}{2} = 8,75 \text{ cm}^2$$

Como no modelo 2 há 3 losangos então: $8,75 \times 3 = 26,25 \text{ cm}^2$

Área de cada Trapézio:

$$\frac{B+b}{2} \times a = \frac{9+8}{2} \times 3 = 25,5 \text{ cm}^2$$

Como no modelo 2 há 6 trapézios então: $25,5 \times 6 = 153 \text{ cm}^2$

Área total = $26,25 + 153$

Área total = 179,25 cm²

de cera na construção das paredes” (Estudantes). Note-se que ambos os modelos têm a mesma forma hexagonal na entrada do alvéolo, assim como a mesma altura da maior aresta das faces laterais, tendo igual capacidade. Contudo, o modelo 2 apresenta características que se expressam numa menor área de superfície, comparativamente ao modelo 1 que tem a mesma capacidade. Isso deve-se à extremidade fechada do modelo 2 ser constituída por três faces planas com a forma de losangos, tratando-se de uma secção de um dodecaedro rômbo. Nesses losangos, as medidas dos ângulos internos minimizam a área de superfície para uma determinada capacidade: a amplitude do maior ângulo interno é aproximadamente $109,5^\circ$ e a amplitude do menor ângulo interno é aproximadamente $70,5^\circ$. Estas características existem nos alvéolos criados pelas abelhas (Teles et al., 1997; Vallo et al., 2014).

REFLEXÃO SOBRE AS ABELHAS ENQUANTO OBJETO DE INTERDISCIPLINARIDADE

Para os futuros professores, este trabalho colaborativo possibilitou a vivência de uma experiência de trabalho interdisciplinar entre a Matemática e as Ciências Naturais. Essa experiência fez com que compreendessem que os produtos das abelhas, neste caso, os alvéolos e os favos, são exemplos das manifestações da diversidade e evolução dos seres vivos e das interações que estabelecem com o ambiente, possíveis de serem explorados em contexto de 2.º ciclo. A discussão final dos resultados do trabalho proposto fez emergir conclusões que articularam ideias exploradas nas aulas de Matemática e nas aulas de Ciências, com enfoque no modo como a evolução das abelhas selecionou aquelas que construíam os alvéolos mais eficazes, reforçando a interdisciplinaridade entre as Ciências e a Matemática. A Matemática apoiou a compreensão do processo de seleção natural, permitindo identificar características da forma dos alvéolos e dos favos, recorrendo à geometria e à medida, que evidenciam a sua eficiência para as abelhas, no que respeita à resistência estrutural, capacidade de armazenamento, poupança de energia e de materiais para a sua construção. A exploração dos modelos teve um papel muito relevante para a formulação e teste de conjecturas e para apoio à justificação das suas conclusões.

Este tema pode ainda ser usado como ponto de partida para a caracterização da biodiversidade existente a nível local e também como objeto de discussão sobre as ações humanas que condicionam a biodiversidade e a importância da sua preservação.

Referências

Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, R.G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>

Cavadas, B., Branco, N., Nunes, J., D'Oliveira, M., Rucha, R., & Ferro, V. (2021). Abelhas STEM: Uma proposta de trabalho interdisciplinar entre a matemática e as ciências no 2.º ciclo. *Educação e Matemática*, 159, 3-6.

Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação (ME/DGE) (2018). *Aprendizagens essenciais. Articulação com o perfil dos alunos. 5.º ano. 2.º Ciclo do Ensino Básico. Ciências Naturais*. Ministério da Educação/Direção-Geral da Educação. http://www.dge.mec.pt/sites/default/files/Curriculo/Aprendizagens_Essenciais/2_ciclo/5_ciencias_naturais.pdf

Oeder, R., & Schwabe, D. (2021). The upward tilt of honeycomb cells increases the carrying capacity of the comb and is not to prevent the outflow of honey. *Apidologie*, 52, 174–185. <https://doi.org/10.1007/s13592-020-00807-9>

Teles, A. L., Vieira, A., Ali, A., & Antunes, F. (1997). *A matemática na vida das abelhas*. Associação de Professores de Matemática.

United Nations (2015). *Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development. Resolution adopted by the General Assembly on 25 September 2015*. United Nations. http://www.un.org/ga/search/view_doc.asp?symbol=A/RES/70/1&Lang=E

Vallo, D., Duris, V., & Rumanova, L. (2014). Geometry of bee cells rediscovered. *The Electronic Journal of Mathematics and Technology*, 8(3), 178-194. https://ejmt.mathandtech.org/Contents/eJMT_v8n3p2.pdf

NEUSA BRANCO

INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM /ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM. POLO LDIC-CIAC

BENTO CAVADAS

INSTITUTO POLITÉCNICO DE SANTARÉM /ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM, PORTUGAL. CEIÉD, UNIVERSIDADE LUSÓFONA.

APM - ENCONTROS