

# Das Aprendizagens Essenciais à sala de aula, desafios para o professor

LINA BRUNHEIRA, ELVIRA SANTOS, HELENA GIL GUERREIRO, NEUSA BRANCO E PAULO CORREIA

As Aprendizagens Essenciais (AE) de Matemática para o Ensino Básico (Canavarro et al., 2021) assumem que a abordagem de ensino exploratório é incontornável perante o compromisso da aprendizagem de todos os alunos em matemática, nas suas várias dimensões – conhecimentos, capacidades e atitudes. A implementação bem-sucedida de uma aula com este propósito depende da conjugação de fatores como a autonomia dos alunos, a experiência prévia do professor e o mérito da tarefa proposta ou dos recursos disponíveis, por exemplo. A definição de uma tarefa e a gestão da sua implementação requerem um trabalho exigente, continuado e sujeito a adaptações, ajustes e melhorias decorrentes da experiência. Não menos relevante é a avaliação das aprendizagens, com ênfase na sua função reguladora, como forma de orientar o trabalho do professor e alunos na contínua melhoria das aprendizagens.

Neste artigo, propomos uma reflexão sobre a conceção e implementação de tarefas na sala de aula, do ponto de vista do professor, partindo de experiências desenvolvidas com turmas do 1.º, 2.º e 3.º ciclos que anteciparam a operacionalização das AE.

## PROPORCIONALIDADE POR UM CANUDO, NO 3.º CICLO

A tarefa de modelação que nos propomos analisar foi resolvida nas duas turmas do 3.º ciclo, em 2023/24, e está disponível na coletânea de tarefas de Álgebra, para o 9.º ano (Santos et al., 2024, p. 22).

Foi proposto aos alunos que observassem uma fita métrica, fixada numa parede da sala, através de vários canudos de diâmetro igual e comprimento diferente e relacionassem o comprimento do canudo com a porção de fita visível no canudo. Posteriormente, deveriam representar os dados recolhidos no GeoGebra e definir um modelo matemático para a relação.

### Preparação da tarefa

As AE apresentam estratégias de ensino para o professor que sugerem possíveis abordagens a cada tema, tópico ou subtópico de aprendizagem. Neste caso, no desenvolvimento do subtópico *Função de proporcionalidade inversa* do tema *Álgebra* é proposta a ação estratégica:

Dinamizar atividades de modelação, com a recolha de dados por grupos de alunos com vista à criação de um modelo de proporcionalidade inversa, promovendo a perseverança na atividade matemática [Exemplo: Observar uma fita métrica a uma distância fixa com canudos de igual diâmetro e diferentes

comprimentos e relacionar o comprimento observado na fita com o do canudo]. (Canavarro et al., 2021, p. 25)

Esta referência não se constitui como uma tarefa de sala de aula. A partir dela foi necessário enquadrar objetivos de aprendizagem, definir metodologias, preparar os artefactos a usar, e um enunciado com indicações que permitissem orientar o trabalho dos alunos de forma tão autónoma quanto possível.

A atividade dos professores de construir uma tarefa revelou-se bastante desafiante. Foi necessário um trabalho regular, assente na colaboração, resiliência e persistência, até que se tornasse mais fácil compatibilizar objetivos de natureza diferente numa mesma tarefa. Nesta tarefa, os professores definiram como objetivos centrais o reconhecimento da proporcionalidade inversa, o significado da constante de proporcionalidade num contexto concreto, a modelação de uma situação real e a utilização das representações múltiplas e da comunicação matemática, mediadas pela tecnologia. Estes objetivos surgem enquadrados numa planificação mais ampla em que, de forma equilibrada, promove as restantes competências do currículo.

A preparação da tarefa implicou a escrita do enunciado, a preparação dos canudos (como se ilustra na figura 1) e da aplicação digital para os alunos registarem os dados e representarem o modelo matemático definido. Por um lado, na redação do enunciado foi necessário refletir sobre as indicações a dar aos alunos, de modo simples, mas preciso, para que realizassem corretamente as experiências necessárias. Por outro, formularam-se algumas questões que apelassem a aspetos não procedimentais, como a descrição das suas observações e a interpretação das coordenadas de pontos associados à representação gráfica da situação. Quanto ao material, foi necessário decidir sobre a variabilidade do comprimento dos canudos, a quantidade adequada de situações a analisar, reunir e preparar os canudos, identificar o local adequado ao posicionamento dos alunos na sala e, claro, preparar a tarefa do GeoGebra, que permitisse o registo e representação dos dados de forma eficaz.

Numa primeira versão da tarefa, foi ainda realizada a sua discussão entre os professores que a prepararam, clarificando o objetivo de cada questão, a sua adequação ao tempo disponível e a antecipação de dificuldades dos alunos, bem como da reação mais adequada do professor. Neste caso, a expectativa de que alguns alunos comesçassem a fazer observações sem obedecer ao protocolo definido veio a verificar-se.



**Figura 1.** Material preparado pelos professores para o desenvolvimento da tarefa

### A gestão da sala de aula

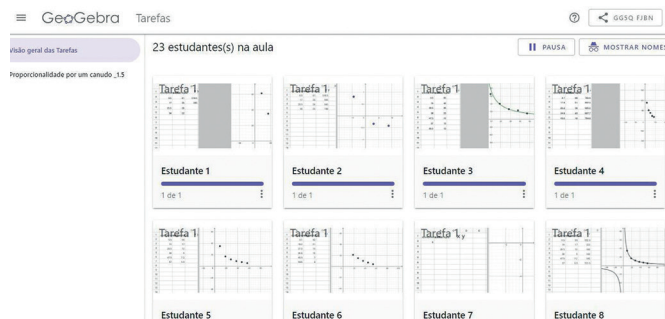
Uma adequada estruturação da tarefa permite uma gestão da sala de aula mais eficaz. A antecipação de dificuldades torna mais consistentes as possíveis reações do professor. Ainda assim é necessário improvisar, reagir a dificuldades não antecipadas ou a situações específicas de cada contexto, ou de cada aluno, como manipular instrumentos de medição ou fazer as diferentes medições em condições semelhantes (o mesmo aluno numa posição semelhante). Finalmente, a operacionalização da discussão final, a identificação das produções com maior potencial para serem discutidas e a síntese final dependem menos da preparação prévia e mais da capacidade e experiência do professor na condução desta fase da aula com carácter exploratório.

Uma das dificuldades previstas pelo professor – o trabalho apressado dos alunos sem uma leitura atenta do enunciado – foi identificado nas duas turmas. A decisão dos professores de deixar que estes alunos se tornassem conscientes dos problemas decorrentes da falta de observância das condições definidas, para depois identificarem a parte do protocolo que não havia sido cumprido, revelou-se produtiva. Neste caso, tendo sido identificada e discutida, com os alunos, a origem dos resultados incoerentes, promoveu a sua autonomia neste tipo de trabalho em situações futuras.

O recurso à tecnologia foi outro elemento fundamental por possibilitar representações da situação estudada através dos dados recolhidos e, de forma complementar, do modelo matemático construído a partir da relação identificada. Neste caso, a experiência prévia e recorrente dos alunos à tecnologia foi essencial para que este recurso fosse um fator facilitador. O recurso habitual, por parte dos alunos, ao GeoGebra e em particular às tarefas do GeoGebra, permitiu que o foco do trabalho fosse o registo das observações e a obtenção do modelo matemático, tendo a tecnologia assumido um carácter acessório no desenvolvimento da tarefa, como se pretendia. Ainda assim, o papel da tecnologia foi fundamental para agilizar o registo das observações, a obtenção de representações gráficas adequadas e

a comparação das diferentes representações do mesmo modelo (numérica, gráfica e algébrica).

Na figura 2 apresenta-se uma reprodução da Tarefa do GeoGebra onde o professor recolheu as produções de cada aluno para a discussão final. O recurso a esta funcionalidade permitiu aos professores monitorizar de forma muito eficaz o trabalho dos alunos, identificando os exemplos mais relevantes a analisar com toda a turma. A facilidade no acesso imediato a todos os registos, em particular aos que foram selecionados, foi também um elemento facilitador da discussão. Registamos ainda a vantagem de se poder aceder de forma anónima às construções dos alunos, possibilitando a análise coletiva de aspetos menos positivos ou de erros, que o professor decidiu explorar e discutir, sem expor os alunos.



**Figura 2.** Produções dos alunos nas tarefas do GeoGebra

### GENERALIZAR A EXPRESSÃO PARA O CÁLCULO DA MEDIDA DA ÁREA DO TRIÂNGULO, NO 2.º CICLO

No 5.º ano, no âmbito do tema *Geometria e Medida*, o estudo das *figuras planas* inclui o tópico *Área do triângulo*, no qual os alunos deverão “generalizar e justificar a expressão para o cálculo da medida da área do triângulo a partir do paralelogramo, com recurso a material manipulável e/ou tecnológico” (p. 41). Nas ações estratégicas das AE, sugere-se a exploração com recurso a um ambiente de geometria dinâmica (AGD) da “altura (e área) de um triângulo dinâmico, fixando a base e arrastando o terceiro vértice numa reta paralela à base, obtendo triângulos acutângulos, retângulos e obtusângulos e concluir sobre a invariância da sua medida” (p. 41).

Para concretizar este objetivo, em conjunto com as professoras das turmas de 2.º ciclo, concebemos uma tarefa disponível na coletânea de tarefas (Santos et al., 2023) e uma construção em GeoGebra em que partimos do retângulo, adaptando a proposta inicial das AE de modo a ajustar-se melhor ao trabalho em curso com os alunos.

A tarefa *Área do triângulo*, da qual apresentamos um excerto na figura 3, tem por base três triângulos inscritos em três retângulos congruentes, desenhados numa malha quadriculada, e uma construção dinâmica (figura 4) que generaliza todos os casos permitindo obter, em cada situação, a altura do triângulo e as medidas das áreas dos dois polígonos. No primeiro grupo de questões, os alunos deveriam trabalhar apenas com papel e lápis de modo a encontrar as medidas das áreas dos triângulos, do

retângulo e relacioná-las. No segundo grupo, a situação alarga-se aos triângulos obtusângulos em que o vértice E está contido na reta BC e os alunos recorrem à construção dinâmica.

1. Na figura abaixo estão representados três retângulos congruentes. Em cada um deles encontra-se um triângulo diferente em que a base coincide com um lado do retângulo e o terceiro vértice está contido no lado oposto.

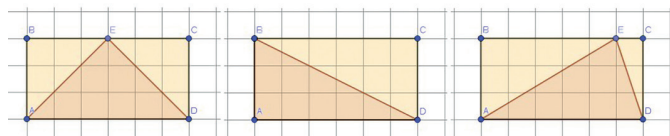


Figura 3. Excerto da tarefa *Área do triângulo*

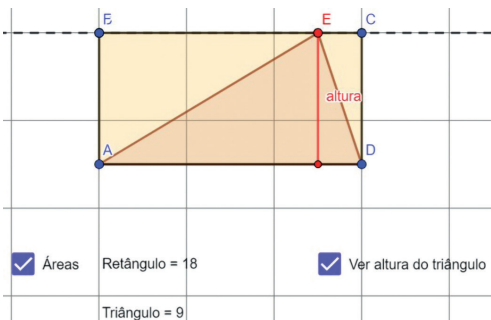


Figura 4. Construção dinâmica

## Potencialidades e desafios

A apresentação desta tarefa permite-nos, desde já, enunciar alguns desafios que se colocam ao professor. O que as AE propõem implica a mobilização de mais tempo, recursos e esforço do que a transmissão, pelo professor, da expressão para a determinação da área do triângulo, própria do ensino direto (Ponte, 2005). Para um tal investimento, é preciso que o professor valorize a abordagem exploratória, o que só acontecerá se lhe reconhecer os méritos. Mas quais são eles?

Em primeiro lugar, esta abordagem favorece uma aprendizagem com compreensão, contrariando a mera memorização de um conjunto de fórmulas encaradas de forma isolada. Muitos alunos não veem relação entre as fórmulas das áreas de polígonos, como o paralelogramo e o retângulo (e por vezes até o quadrado), porque também não encaram cada um como caso particular doutro, o que representa uma visão incompleta e desconexa destes conceitos e da matemática.

Em segundo lugar, é preciso que o professor reconheça a função dos diferentes recursos à sua disposição. Neste caso, começar com o papel quadriculado e o lápis (sem tecnologia) levará os alunos à decomposição das figuras para comparação das áreas, o que permite ter presente o significado do conceito. Ao contrário, a utilização única da construção dinâmica permitiria chegar de imediato à relação dobro/metade entre as medidas das áreas do retângulo e triângulo, mas com base numa regularidade numérica em vez de uma relação espacial. Outro desafio é o domínio tecnológico para conceber uma construção dinâmica. Poderá ser em parte, já que não se trata de uma construção sofisticada, mas já existem disponíveis muitas aplicações ou

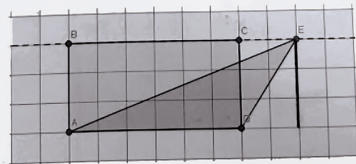
construções de acesso livre (como é o caso desta) em que o professor poderá ser “apenas” um utilizador. Mais importante que isso, será compreender o papel que estas ferramentas assumem. Com a utilização da ferramenta tecnológica o aluno pode visualizar um maior número de triângulos do que os que estão apresentados na tarefa em suporte papel. Deste modo, o professor deve, intencionalmente, interpelar o aluno a refletir sobre cada triângulo que constrói, através da interrupção do movimento do cursor. Assim, o aluno tem perante si tantos triângulos quantos os necessários para que possa verificar as relações que nesta tarefa estão envolvidas, contribuindo, assim, para uma generalização mais fundamentada.

Em terceiro lugar, destacamos como mérito desta tarefa, e, simultaneamente, um desafio ao professor, o seu contributo para o desenvolvimento das capacidades transversais. Para melhor discutirmos este aspeto, analisemos algumas respostas dos alunos (figuras 5, 6, 7, 8).

- Encontra, para cada triângulo, uma estratégia para determinar as áreas dos três triângulos. Explica como pensaste.  
*Todos os triângulos tem a área de 9 quadrados, porque em cada triângulo existe um quadrado não inteiro e se juntarmos setas partes forma um quadrado.*
- Qual é a relação entre as áreas dos três triângulos?  
*As áreas de todos os triângulos são iguais.*
- Qual é a relação entre as áreas dos triângulos e dos retângulos?  
*A área do triângulo é a metade da área do retângulo.*

Figura 5. Primeira generalização sobre a relação entre as áreas do retângulo e triângulos

2. Imagina que o vértice E do triângulo passa agora a estar fora do lado do retângulo, mas no seu prolongamento (linha a tracejado).
 



a) A área do Triângulo, vai ficar igual porque não importa onde está o vértice oposto.

  - O que será que vai acontecer à área do triângulo? Será menor, maior ou igual?
  - Vamos verificar se a tua hipótese está correta a partir da construção em GeoGebra que podemos aceder no seguinte link <https://www.geogebra.org/m/axziyh25>. O que se pode concluir? que em qualquer situação, o triângulo terá sempre 9 quadrados de área e o retângulo terá sempre 18 quadrados de área.

Figura 6. Extensão da generalização para triângulos com a mesma base e altura

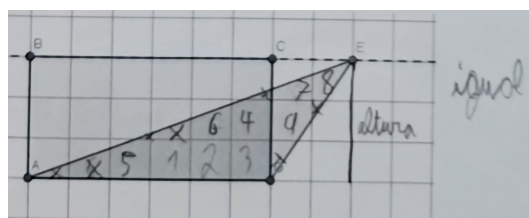
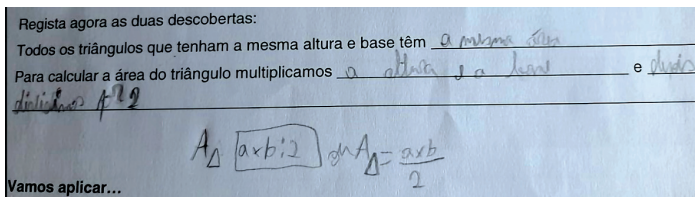


Figura 7. Decomposição do triângulo obtusângulo



**Figura 8.** Expressão para o cálculo da medida da área do triângulo

Um dos processos que emerge das resoluções é a generalização. Primeiramente, os alunos identificam que todos os triângulos têm a mesma medida de área e, posteriormente, que “não importa onde está o vértice oposto”, o que permite chegar a uma generalização mais ampla: todos os triângulos que tenham a mesma altura e base têm “a mesma área”. Note-se que esta propriedade está subjacente à fórmula para a área do triângulo e, frequentemente, não é tornada explícita. Além de generalizar, os alunos procuram justificar a propriedade recorrendo a decomposições do triângulo, mesmo numa situação que é visualmente exigente (figura 7) e não possa servir como prova, mas que apoia a compreensão da relação.

Estas diferentes estratégias, bem como as conclusões, foram discutidas durante o trabalho autónomo dos alunos. Durante esta fase, a professora circula pelos grupos e quando passa pelo grupo do Simão, constituído por quatro alunos, presencia a discussão que dá origem ao texto que o grupo irá escrever na folha da tarefa. Atenemos ao seguinte diálogo:

1. Simão: Nós só encontramos 9 quadrados porque aqui só temos metade do quadrado e então juntámos a outra metade e fica um quadrado.
2. Prof.: E quando não está metade?
3. Simão: E quando não está metade, conta-se... se estiver só assim, descobrimos até fazer um quadrado.
4. Prof.: Vais descobrir as partes até fazer um quadrado. É isso que estás a dizer?
5. Simão: Sim.
6. Prof.: Então todos os triângulos têm quanto de área, afinal?
7. Alunos: 9.
8. Simão: Todos os triângulos têm a área de 9 quadrados. Os quadrados não inteiros...
9. Carolina: Os quadrados que estão divididos ao meio vão...
10. Simão: Eu vou dizer uma coisa. Não é contrariar a tua ideia, está bem. Mas acho que é melhor... Eu ia dizer quadrados não inteiros porque aqui não é metade, por exemplo.
11. Prof.: Estás a dizer que vais escrever a estratégia para qualquer situação?
12. Simão: Sim, era o que estava a dizer.
13. Carolina: Porque em cada triângulo existe um quadrado não inteiro. E se juntarmos algumas partes...
14. Simão: Algumas ou certas?
15. Carolina: Certas.
16. Simão: Se juntarmos certas partes formam um quadrado.

O grupo refere o número de quadrados relativos à área do triângulo e também como conta partes de um quadrado, mencionando aqueles que se apresentam como metades. Nesta altura, a professora decide desafiar o grupo a explicitar como fazem para contar outras partes do quadrado que não são metades (fala 2). Esta intervenção da professora espoletou da parte do Simão uma comunicação mais detalhada do seu raciocínio, revelando um processo de contagem que anteriormente não era visível (falas 3 e 4). A professora assiste ao diálogo e posteriormente intervém (fala 11) reformulando a intervenção do Simão, dando-lhe uma visão mais geral do que ele estava a dizer. O aluno revela acompanhar o raciocínio da intervenção da professora que serviu de mote para continuar a melhorar os termos usados.

Este diálogo evidencia, assim, um outro desafio que se coloca ao professor: a comunicação com os alunos quando resolvem a tarefa. Saber quando deve ou não intervir, o que dizer e, sobretudo, o que perguntar. Estas intervenções podem ter propósitos diferentes, como os mencionados em Mata-Pereira e Ponte (2016), mas este conhecimento tem de ser mobilizado no contexto e no momento, o que eleva o seu grau de desafio. Os resultados são, no entanto, compensadores.

## DESCREVENDO PRODUÇÕES, NO 1.º CICLO

As ideias que nos propomos trazer a este artigo são decorrentes da tarefa *Descrevendo produções* (figura 9), disponível na coletânea de tarefas do 4.º ano (Guerreiro et al., 2023, pp. 41-42), que foi realizada no início do 4.º ano nas duas turmas da operacionalização das AE, no âmbito das relações entre frações, do tema *Números*. Seleccionámos aspetos que remetem para duas práticas do professor — a antecipação de resoluções dos alunos e a avaliação — que devem constituir preocupações no momento de planificação da tarefa, numa perspetiva de ensino exploratório da matemática (Canavarro, 2011). Fazemos neste artigo a sua discussão, suportada por eventuais produções e registos dos alunos, tendo em vista o propósito matemático da tarefa.

### A tarefa

A primeira questão da tarefa explicita como os alunos podem obter um quadrado de papel, a partir de uma folha A4 branca, usando o método habitual de dobragem seguido de corte da tira excedente. Na figura 9, apresentam-se as restantes questões.

2. Dobra agora o quadrado de papel de modo a obteres partes iguais. Depois, dobra novamente, uma ou várias vezes, de modo a ficares com todas as partes iguais.
3. Utiliza, no máximo, duas cores para pintar as partes do quadrado. Em cada parte, usa só uma cor.
4. Descreve a tua produção geométrica, dizendo que parte do quadrado está preenchida com cada uma das cores.

**Figura 9.** Excerto do enunciado da tarefa *Descrevendo produções*

Note-se que a tarefa não carece de um enunciado escrito a ser entregue aos alunos, dado que o professor pode dar as indicações oralmente.

Trata-se de uma tarefa com duas etapas, como o nome *Descrevendo produções* sugere: produção e descrição. Produção, primeira etapa, em que os alunos, individualmente, experimentam possibilidades de dobragem, dobrando o quadrado de papel em partes iguais, o número de vezes que desejarem, e colorindo-o de modo a ficar com duas cores, para chegar a uma imagem como produto. Descrição, segunda etapa, em que os alunos são convidados a apresentar, por escrito e depois oralmente, a sua produção. A discussão coletiva centra-se nas diferentes imagens produzidas e na sua descrição, com a respetiva apreciação, a descoberta de relações entre produções e a argumentação de ideias e processos matemáticos.

*Descrevendo produções* envolve números racionais não negativos, focando-se no estudo das relações entre frações. Este estudo foi iniciado nos anos de escolaridade anteriores e é retomado no 4.º ano, para ser progressivamente aprofundado. Nesta tarefa, recorreremos a representações físicas, verbais e simbólicas, cuja articulação é fundamental nas diferentes etapas da escolaridade, apoiando a compreensão, a comunicação e o raciocínio matemáticos dos alunos.

Trata-se de uma tarefa de exploração que, pela natureza do material utilizado e linearidade das instruções, faz com que os alunos se lancem na sua concretização com entusiasmo e sem dificuldade. A estrutura da tarefa é relativamente aberta no que é pedido aos alunos, que chegam a diferentes produções. A variedade de produções permite chegar a uma diversidade de frações e a sua apresentação à turma pode fazer emergir relações, que, ao serem debatidas e colocadas em comum, sustentam uma boa discussão matemática.

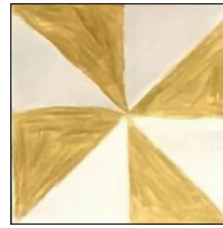
### Contributos para a antecipação das produções

A antecipação de possíveis produções dos alunos, que o professor faz durante o trabalho de planificação, procura a identificação de algumas das eventuais produções dos alunos, corretas ou incorretas, bem como de possíveis conexões entre as suas resoluções, e a previsão de ideias matemáticas a explorar a partir dessas produções, no âmbito dos conhecimentos e capacidades matemáticas visados na tarefa (Canavarro, 2011). Esta antecipação é muito relevante para apoiar a monitorização do trabalho autónomo dos alunos e a discussão coletiva. Trata-se de uma prática que permite que o professor identifique, no trabalho dos alunos, ideias que pretende discutir em coletivo, considerando o propósito matemático da aula – estabelecer relações entre frações –, embora sabendo que outras poderão surgir.

A partir de um conjunto de produções de alunos, vamos em seguida apresentar e discutir algumas dessas relações, com vista a apoiar o processo de antecipação por parte do professor.

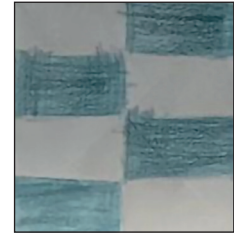
Começamos por produções a partir do quadrado de papel dividido de modo diferente, mas com um mesmo número de partes congruentes (figuras 10 e 11) e que representam a mesma parte pintada. Estas produções permitem evidenciar que essas partes, ainda que com uma forma diferente, representam a

mesma parte da unidade pintada e podem ser representadas pela mesma fração.



Tem 50% do quadrado pintado. O quadrado está pintado em quatro oitavos. O quadrado está dividido em oito partes e metade está pintado.

**Figura 10.** Produção e descrição do aluno 1

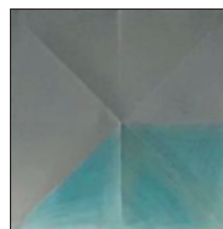


Está pintado em padrão azul e branco de 4/4, 4 pintado e 4 não pintados. Estão pintados 4/8.

**Figura 11.** Produção e descrição escrita do aluno 2

Os alunos podem constatar que a mesma fração,  $4/8$ , representa a parte pintada nas duas produções, sendo que a oitava parte numa produção e noutra assume uma forma diferente. Curioso como 50% pode surgir como forma intuitiva de descrever uma relação, numa comparação parte-todo (figura 10), e  $4/4$  (4 partes azuis para 4 partes brancas, ou vice-versa) como comparação parte-parte (figura 11).

Preveremos agora produções com o mesmo número de partes pintadas, mas com a unidade dividida em partes diferentes de uma produção relativamente à outra (figuras 12 e 13). Nesta situação, pode explorar-se a representação de frações com o mesmo numerador e diferente denominador. Estas produções podem ajudar a dar sentido à comparação de frações sem que para tal seja necessária a introdução prévia de uma regra pelo professor.



Triangular. Fatias de piza.  $3/8$ .

**Figura 12.** Produção e descrição escrita do aluno 3

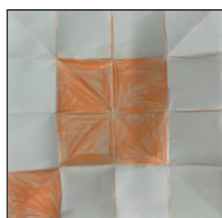


Em formato de coração [considerando a divisão em 4 quadrados]. Estão pintados  $3/4$ .

**Figura 13.** Produção e descrição escrita do aluno 4

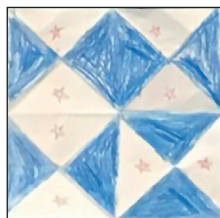
Os alunos verificam que ter três partes congruentes pintadas de uma mesma unidade pode representar uma parte diferente da unidade pintada. Verificam que, como a unidade está dividida num menor número de partes,  $3/4$  representa uma quantidade pintada maior do que  $3/8$ .

De igual modo, podem surgir produções com um número diferente de partes congruentes pintadas, mas com a unidade dividida no mesmo número de partes (figuras 14 e 15). Emerge aqui a oportunidade de explorar a representação de frações com o mesmo denominador.



Eu pintei 5/16 do quadrado. 16 são todas no total.

**Figura 14.** Produção e descrição escrita do aluno 5

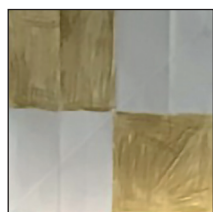


Pintadas 8. Por pintar 8. Tudo 16. Pintado 50%, 1/2 ou 8/16.

**Figura 15.** Produção e descrição escrita do aluno 6

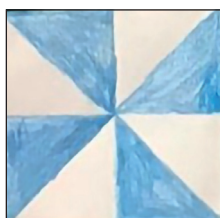
Produções como estas podem ser mobilizadas para os alunos identificarem que, quando a unidade está dividida em igual número de partes congruentes, ter mais partes pintadas representa maior quantidade pintada. Neste caso concluem que 8/16 do quadrado representa maior parte do quadrado pintado do que 5/16.

A oportunidade de analisar frações equivalentes a partir de produções com um número de partes pintadas diferente, mas a mesma parte do quadrado pintada, pode emergir em produções como as que se apresentam nas figuras 16 e 17.



Eu vejo 4 retângulos dourados e 4 retângulos por pintar. Ao todo são 8 retângulos. Estão por pintar 2/4 [após considerar a divisão em 4 quadrados].

**Figura 16.** Produção e descrição escrita do aluno 7

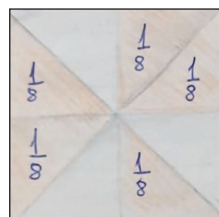


Tem 4 partes pintadas. Tem 50% pintado e 1/2 não está pintado.

**Figura 17.** Produção e descrição escrita do aluno 8

Os alunos podem identificar que, independentemente da forma de cada parte pintada no quadrado ou do número de partes congruentes em que o quadrado está dividido, 1/2, 2/4 e 4/8 representam a mesma parte do quadrado. Além disso, cabe ao professor estar preparado para ouvir os alunos e captar outros olhares que trazem em relação à figura. Na figura 16, quando o aluno identifica oito retângulos, seria expectável que descrevesse a relação existente como 4/8. No entanto, a disposição sugere-lhe um olhar mais amplo, que remete para o quadrado, identificando quatro quadrados, o que o leva a descrever como 2/4.

Como nos lembra Canavarro (2011), “o propósito das discussões é relacionar as apresentações com vista ao desenvolvimento coletivo de ideias matemáticas poderosas que sintetizam as aprendizagens matemáticas dos alunos” (p. 16). Assim, o professor pode incentivar o registo pelos alunos no caderno, como síntese do trabalho realizado, para memória futura (figura 18).



- Estão pintadas 5/8 partes do quadrado.  
- 3 partes do quadrado são brancas, ou seja 3/8.  
- Cada parte do quadrado é um triângulo.  
- Todas as [partes] são iguais.  
- O quadrado foi dobrado 3 x  
-  $5 > \frac{1}{8} > \frac{5}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8}$

- Estão pintadas 5/8 partes do quadrado.
- 3 partes do quadrado são brancas, ou seja 3/8.
- Cada parte do quadrado é um triângulo.
- Todas as [partes] são iguais.
- O quadrado foi dobrado 3 x
- $5/8 > 1/8$   $5/8 > 4/8$   $5/8 > 1/2$

**Figura 18.** Registo no caderno de um aluno da síntese coletiva relativa a uma produção discutida

Efetivamente, são as comparações que se vão estabelecendo entre as produções, no momento de discussão coletiva, que colocam em evidência semelhanças e diferenças. Com base nos registos escritos e na apreciação dos trabalhos uns dos outros, são destacadas ideias, que vão permitindo a construção de um conhecimento matemático com compreensão, que faz emergir relações entre frações.

### Pensando a avaliação das produções

A avaliação no trabalho com os alunos cria oportunidade para que todos os alunos sejam matematicamente competentes (Santos, 2020), sendo relevante definir critérios para que a tarefa possa ser usada para regular e informar a aprendizagem, num registo formativo e pedagógico, e para reportar resultados, num registo sumativo (Santos, 2020).

Com as professoras, procurámos focar o olhar nas produções dos alunos, identificando possíveis critérios de avaliação, chegando a potenciais descritores de desempenho, relativos a capacidades gerais transversais, a capacidades matemáticas transversais, e a tópicos matemáticos específicos do tema *Números* (tabela 1). Para cada tópico considerámos aspetos mais particulares e, associados a estes, ações que poderiam ser desencadeadas pela tarefa e que favoreciam uma apreciação e descrição da qualidade do trabalho dos alunos.

**Tabela 1.** Possíveis critérios de avaliação da tarefa

	tópicos	indicadores	descritores
Capacidade geral transversal	Criatividade Perseverança Iniciativa e autonomia	Expressão Execução	imagina completa elabora
Capacidade matemática transversal	Comunicação Representações	Descrição Adequação Representações	apresenta relaciona dá sentido/relevância
Tema matemático	Números Frações (Relações entre frações)	Identificação Comparação Ordenação	mobiliza efetua

Além da conceção dos critérios, é também importante que estes sejam apropriados pelos alunos, pois só assim é que poderão ajudá-los a perceber o que se espera que façam e a orientá-los para o que é preciso fazer para lá chegar (Santos, 2020). Porém,

é, sobretudo, algo que o próprio professor precisa, num primeiro momento, de organizar para si, tratando-se de uma componente da prática avaliativa que integra o momento da planificação.

No momento de discussão coletiva, a apreciação das produções, quer por parte do professor, quer por parte dos alunos, deve ser suportada pelos critérios discutidos e acordados entre todos. Posteriormente, com base nas resoluções individuais dos alunos, a informação recolhida pode ser usada para fazer um ponto de situação acerca do que os alunos evidenciaram saber e ser capazes de fazer, naquele momento. A título de exemplo, referimos os registos da professora relativamente à figura 15: *produção completa, com muito boa forma imaginativa e muito boa elaboração; a descrição apresenta pelo menos duas ideias matemáticas; com ideias relevantes que relaciona; usa e relaciona a representação em fração e percentagem.*

Sabemos que não é o instrumento de avaliação que determina se esta assume um registo sumativo ou formativo (Santos, 2020), mas também sabemos que alguns instrumentos se prestam a uma interpretação da informação recolhida mais abrangente, do ponto de vista dos conhecimentos e capacidades matemáticas envolvidos. Assim, importa mobilizar múltiplos processos de recolha de informação, de forma coerente com o modo de trabalho na sala, para reunir um conjunto mais amplo de resultados a usar aquando da necessidade de atribuir uma classificação.

## A CONCLUIR

A construção ou adaptação de tarefas não é um desafio simples para a generalidade dos professores. Requer prática, intencionalidade, reflexão, resiliência. Trata-se de uma competência profissional em desenvolvimento contínuo. Os méritos do ensino exploratório dependem da sua sustentação em tarefas adequadas, da experiência e ações do professor na gestão do desenvolvimento da tarefa e do hábito dos alunos neste tipo de atividade.

Uma boa parte das tarefas a que os professores têm acesso não estão orientadas quer para colocar o aluno como agente principal da sua aprendizagem, quer para promover a autonomia ou, até mesmo, o trabalho em grupo. Por esse motivo, o trabalho de criar ou adaptar tarefas com estas características deve ganhar relevância no seu desenvolvimento profissional, especialmente suportado no trabalho colaborativo entre pares. A disponibilização de tarefas provenientes de fontes diversas não retira a relevância deste trabalho, já que os professores quererão adaptar a sua formulação à realidade da sua escola ou turma, tornando “sua” a tarefa que outros conceberam.

A condução das aulas não é menos desafiante que a fase de planificação. Manter os alunos envolvidos na resolução das tarefas, procurando dar resposta às suas necessidades sem reduzir o desafio cognitivo, incentivar à sua participação em momentos de trabalho individual, de grupo ou coletivo, e garantir que o conhecimento seja partilhado e sistematizado, requer persistência e investimento no conhecimento profissional. A boa notícia é que a experiência e resiliência dos professores, bem

como a familiaridade dos alunos com tarefas desta natureza, tendem a mitigar as dificuldades e a tornar as experiências de sala de aula mais significativas e recompensadoras para todos.

Integrar, de modo consciente e intencional, ensino, aprendizagem e avaliação é essencial para proporcionar aprendizagens matemáticas relevantes a todos os alunos, como se reconhece e preconiza no atual referencial curricular, nomeadamente pelo programa de Matemática (Canavarro et al., 2021). Necessariamente, é uma opção que implica dar especial atenção às diferentes componentes do trabalho de planificação. A antecipação e avaliação, duas dessas componentes, são práticas fundamentais do professor numa abordagem exploratória, também para assegurar que o propósito matemático da tarefa seja alcançado. Trata-se de uma inevitabilidade, mas é enorme o desafio, pelo que, não há tempo a perder, como não nos deixa esquecer Leonor Santos.

## Referências

- Canavarro, A. P. (2011). Ensino exploratório da Matemática: Práticas e desafios. *Educação e Matemática*, 115, 11–17.
- Canavarro, A. P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. ME-DGE. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>
- Guerreiro, H. G., Vicente, M., Branco, N., & Brito, S. (2023). *Coletânea de tarefas - 4.º ano de escolaridade*. ME-DGE. [http://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/resources/coletanea\\_4ano.pdf](http://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/resources/coletanea_4ano.pdf)
- Mata-Pereira, J., & Ponte, J. P. (2016). Ações do professor para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos alunos. *Educação e Matemática*, 137, 38–41.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). APM.
- Santos, E., Brunheira, L., Martins, I., & Serra, S. (2023). *Coletânea de tarefas - 6.º ano de escolaridade*. ME-DGE. [https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/resources/coletanea\\_6ano.pdf](https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/resources/coletanea_6ano.pdf)
- Santos, L. (2020). A avaliação pedagógica em matemática: Um desafio e uma inevitabilidade? *Educação e Matemática*, 158, 3–8.
- Santos, L., Raposo, S., Cardoso, A., Correia, P., & Espadeiro, G. (2024). *Coletânea de tarefas - Tema Álgebra (9.º ano de escolaridade)*. ME-DGE. [https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-09/algebra\\_9ano.pdf](https://aem.dge.mec.pt/sites/default/files/2024-09/algebra_9ano.pdf)

**Agradecimentos:** Os autores agradecem a António Cardoso, Manuela Vicente, Sandra Raposo, Susana Brito e Rui Gonçalo Espadeiro pelos seus contributos para a construção deste artigo.

**LINA BRUNHEIRA**

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA E CI&DEI

**ELVIRA SANTOS**

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DA LUSOFONIA

**HELENA GIL GUERREIRO**

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS BRAAMCAMP FREIRE E ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE LISBOA

**NEUSA BRANCO**

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO DE SANTARÉM

**PAULO CORREIA**

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE ALCÁCER DO SAL