

EXPLORAÇÃO DE SITUAÇÕES ALEATÓRIAS COM JOGOS

Neusa Branco¹, Susana Colaço¹, Maria Clara Martins¹, Nelson Mestrinho¹

Raquel Santos¹, Ana Paula Garcia¹ & Cátia Bruno¹

¹Escola Superior de Educação de Santarém

RESUMO

Sendo as situações aleatórias um tema matemático que surge nos documentos curriculares portugueses e internacionais logo desde os primeiros anos do ensino básico, a sua introdução através de jogos apresenta um fator de motivação extra para os alunos. Além disso, permite abordar a probabilidade como uma medida, promovendo-se comparações. Neste artigo discute-se uma intervenção numa sala de aula do 4.º ano de escolaridade, utilizando um jogo, onde os alunos refletem sobre a probabilidade de ganhar de cada jogador. Observamos que a simulação e a discussão na implementação do jogo ajudam os alunos a fazer a ligação entre o modelo matemático e o contexto do jogo. Adicionalmente, o trabalho da professora é crucial tanto na organização de todos os dados da turma a fim de ajudar na colocação de inferências mais fundamentadas, como na sistematização em esquema que concede aos alunos mais argumentos na justificação da justiça do jogo.

Palavras-chave: situações aleatórias, jogo, probabilidade, ensino básico

ABSTRACT

Since the random situations are a topic that appears in the Portuguese and in the international curriculum documents right from the early years of primary school, their introduction through games presents an extra motivation factor for students. In addition, allows addressing the probability as a measure through comparisons. This article discusses an intervention in a 4th grade classroom, where students reflect on the winning probability of each player. We note that the simulation and the discussion on the implementation stage of the game help students make the connection between the mathematical model and the context of the game. Furthermore, the teacher role is

crucial both in the organization of all the data of the class in order to assist in the formation of grounded inferences, as in the systematization scheme that gives students more arguments in justification of the justice of the game.

Keywords: random situations, probability, game, primary school

INTRODUÇÃO

As situações aleatórias surgem no Programa de Matemática do Ensino Básico de 2007 nos últimos dois anos do 1.º ciclo e nos dois ciclos seguintes. A partir de situações do dia-a-dia e através da realização e exploração de experiências envolvendo o conceito de acaso criam-se condições para desenvolver a compreensão dos alunos sobre vocabulário próprio, por exemplo, aquilo que é provável ou improvável, possível, certo ou impossível. Nos ciclos subsequentes o trabalho iniciado é retomado sempre numa lógica de aprofundamento dos conceitos aprendidos nos anos anteriores, realizando experiências aleatórias em que se explora a regularidade a longo termo. Neste sentido, os alunos devem ser levados a identificar e a organizar todos os resultados possíveis, associados a experiências aleatórias simples – por exemplo, lançar dois dados e registar o resultado da soma das pintas das faces que ficam voltadas para cima, ou extrair duas bolas de uma caixa onde se colocaram cinco bolas numeradas de um a cinco, sem reposição ou com reposição, e registar todas as possibilidades (ME, 2007) – mas também devem ser exploradas situações em que o estudo dos dados recolhidos permita, ou não, generalizar os resultados obtidos.

Tendo presente este contexto curricular o objetivo deste artigo é discutir o trabalho em sala de aula proporcionado pela exploração de situações aleatórias com jogos no 1.º ciclo. Assim, é apresentada a concretização de um jogo com vista à identificação por parte dos alunos se ambos os jogadores têm igual probabilidade de ganhar o jogo. Os resultados deste artigo podem contribuir para um melhor conhecimento dos professores sobre o ensino e a aprendizagem das situações aleatórias.

ENSINO E APRENDIZAGEM DAS SITUAÇÕES ALEATÓRIAS

Atualmente o ensino e a aprendizagem das situações aleatórias e de conceitos estocásticos tem sido interesse de muitos investigadores (Kafoussi, S., 2004; Sheffield

et al., 2002; Fischbein & Schnarch, 1997; Jones et al., 1997) sendo reconhecido que o estudo do conceito de probabilidade pode ser iniciado logo nos primeiros anos através de tarefas matemáticas significativas.

O conhecimento probabilístico é descrito por Jones et al. (1997) e Kafoussi (2004) em quatro níveis: o nível subjetivo, o nível transicional, o nível quantitativo informal e o nível numérico. Uma vez que falamos do ensino e aprendizagem de situações aleatórias e do conceito de probabilidade nos primeiros anos, apresentamos em linhas gerais o que caracteriza os dois primeiros.

No primeiro nível, o aluno é capaz de (1) listar um conjunto incompleto de resultados possíveis de uma dada experiência com apenas um momento (por exemplo, lançar um dado equilibrado e numerado de 1 a 6); (2) identificar acontecimentos mais ou menos prováveis usando argumentos subjetivos; (3) reconhecer acontecimentos certos e acontecimentos impossíveis; (4) comparar a probabilidade de um acontecimento em dois espaços de resultados distintos, usando argumentos subjetivos ou numéricos; (5) reconhecer quando é que acontecimentos certos e impossíveis ocorrem numa situação de não reposição; mas (6) não é capaz de distinguir situações probabilísticas justas das injustas; (Jones et al., 1997, p. 111).

No segundo nível o aluno já é capaz de (1) listar um conjunto completo de resultados possíveis de uma experiência de um momento e, por vezes, é capaz de listar os resultados possíveis de uma experiência com dois momentos (por exemplo, os resultados possíveis de lançar duas vezes um dado) mas usando estratégias limitadas e pouco estruturadas; (2) identificar acontecimentos mais ou menos prováveis usando, por vezes, argumentos não apenas subjetivos mas, também, quantitativos; (3) comparar probabilidades baseando-se em argumentos quantitativos embora nem sempre corretos; (4) reconhecer que a probabilidade de alguns acontecimentos muda em situações onde não há reposição, contudo, o reconhecimento é incompleto e é usualmente restrito a acontecimentos que já ocorreram anteriormente e (4) distinguir situações probabilísticas “justas” das “injustas” (Jones et al., 1997, p.111).

Este modelo sugere que desde o pré-escolar, as ideias relacionadas com as probabilidades deverão ser trabalhadas informalmente. Os professores dos primeiros anos deverão, por isso, abordar as probabilidades através de atividades informais, associadas a situações do quotidiano, recorrendo a experiências que permitam os

alunos responder a questões acerca da possibilidade de ocorrência de determinados acontecimentos utilizando expressões como “mais provável” ou “menos provável”. Uma vez que o vocabulário das crianças está a desenvolver-se, os professores poderão introduzir algumas noções de probabilidades, como “É provável que façamos um jogo hoje” ou “É pouco provável que chova hoje”. Além do vocabulário, as crianças começam a desenvolver uma compreensão do acaso e do aleatório através da realização de experiências com objetos concretos, como, por exemplo, retirar algumas fichas coloridas de um saco. Posteriormente, tomam contacto com as noções de acaso através de experiências – usando moedas, dados ou piões – com resultados teóricos conhecidos ou através da classificação de acontecimentos familiares em impossível, improvável, provável ou certo (NCTM, 2007).

Nos anos posteriores, os alunos deverão aprender e utilizar uma terminologia adequada e deverão ser capazes de determinar a probabilidade de ocorrências compostas simples, por exemplo, o número de vezes que é possível obter duas “caras”, quando duas moedas são lançadas simultaneamente 100 vezes (NCTM, 2007). Não se pretende que nos primeiros anos do ensino básico os alunos formalizem estes conceitos elementares ou calculem o valor exato de uma probabilidade. Contudo, espera-se que os alunos discutam se os jogos são ou não justos e registem e analisem informalmente resultados experimentais (Sheffield et al., 2002).

METODOLOGIA

Neste estudo recorreremos a uma metodologia interpretativa e qualitativa, uma vez que o objeto de análise é formulado em termos de ação abrangendo os significados atribuídos (Lessard-Hébert, Goyette & Boutin, 2008) e, para além disso, os dados são recolhidos em ambiente natural (Bogdan & Biklen, 1994). Assim, o estudo envolve uma intervenção em sala de aula concretizada por duas das autoras do artigo, durante o primeiro período do ano letivo 2012/2013, cuja aula foi planificada em conjunto com os outros autores.

Os participantes são os alunos de uma turma do 4.º ano de escolaridade, onde as duas autoras que concretizaram a intervenção estavam a realizar a Prática de Ensino Supervisionada no 1.º Ciclo do Ensino Básico do seu 2.º ano de Mestrado em Educação Pré-Escolar e em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

Jogo “As Bolas”

O Manuel e a Rita colocam três bolas, uma preta, uma branca e uma vermelha, numa caixa de fósforos. Agitam a caixa e inclinam de modo a que as bolas fiquem alinhadas junto a um canto. Em seguida registam a ordem das bolas, como no exemplo da figura:

Jogo “As Bolas”

O Manuel e a Rita colocam três bolas, uma preta, uma branca e uma vermelha, numa caixa de fósforos. Agitam a caixa e inclinam de modo a que as bolas fiquem alinhadas junto a um canto. Em seguida registam a ordem das bolas, como no exemplo da figura:




Figura – Bolas alinhadas na caixa

A Rita (Jogador 1) ganha se a bola branca ficar entre as outras duas. Caso contrário ganha o Manuel (Jogador 2).

Figura 1 – Enunciado do jogo “as bolas”

A recolha dos dados foi feita através dos registos em notas de campo (NC) provenientes da observação participante, focando alguns fenómenos latentes de sala de aula (Lessard-Hébert, Goyette & Boutin, 2008) e da tarefa que envolve um jogo adaptado de Giles (1988), onde se pretende que os alunos decidam se o jogo é ou não equilibrado (Figura 1). Na realização da tarefa, foram facultados aos participantes uma caixa de fósforos vazia e as três bolas (preta, vermelha e branca).

Na análise dos dados, procedemos à organização dos dados de acordo com os vários momentos da aula, tendo em atenção o trabalho do professor e a atividade desenvolvida pelos alunos.

RESULTADOS

Apresentação da tarefa

A professora começa por organizar os alunos em pares. A tarefa é proposta pela professora, que projeta no quadro branco o enunciado do jogo (Figura 1).

Os materiais são, em seguida, distribuídos aos alunos. Além disso, é dada uma folha de registo a cada par. A professora explica que cada par tem de realizar várias

experiências com as bolas e fazer os respetivos registos dos resultados, indicando quem vence, de acordo com a condição dada (O Jogador 1 ganha se a bola branca ficar entre as outras duas. Caso contrário ganha o Jogador 2). Após realizarem oito jogadas, os alunos têm de indicar se consideram, ou não, o jogo equilibrado.

Neste momento de introdução da tarefa, os alunos não apontam qualquer questão e revelam-se um pouco distraídos com o material que vão utilizar.

Os pares de alunos tentam dar início ao jogo mas desistem na primeira jogada. Questionam a professora mostrando não saber o que devem fazer. Ao realizarem a primeira experiência com a caixa de fósforos e as bolas não conseguem indicar quem ganha o jogo, de acordo com o resultado que obtêm.

No primeiro momento de apresentação da tarefa, os alunos não manifestaram esta dificuldade de compreensão das regras do jogo. Esta apenas é detetada pela professora quando iniciam as experiências, verificando que estes não estão a concretizar o que é proposto. Perante isto, a professora retoma a leitura e interpretação das indicações do jogo com os alunos. Assim, de modo a verificar se eles interpretam adequadamente a tarefa que lhes é proposta, a professora simula uma jogada e coloca-lhes algumas questões, como as que se seguem:

“Nesta situação que está na caixa (bola branca, vermelha, preta) quem ganha? O jogador 1 ou o jogador 2?” (NC). A esta questão os alunos respondem que é o jogador 2. A professora pergunta então “Porque é o jogador 2 a ganhar e não o jogador 1?” (NC). Os alunos respondem aqui que para ser o jogador 1 a ganhar a bola branca tem que ficar no meio das outras. O que os alunos não definiram inicialmente foi qual deles seria o jogador 1 e o jogador 2 durante toda a simulação, assumindo cada um deles o papel do jogador que lhes era mais favorável e, por isso revelaram maior dificuldade na concretização da tarefa. Após este momento realizaram o jogo sem dificuldade. Deste modo, verifica-se que este momento de apresentação da tarefa revela-se essencial para a sua concretização por parte dos alunos.

Concretização da tarefa

Os alunos retomam a realização das experiências e o registo dos resultados, tendo já compreendido o que envolve o jogo. Contudo, para eles revela-se ainda difícil a indicação do vencedor, Rita ou Manuel, pelo que se colocam eles próprios como

jogadores, assumindo um o papel de Jogador 1 e o outro o de Jogador 2. O material que é disponibilizado a cada par facilita a realização do fenômeno aleatório pelos vários alunos. Estes verificam que se trata de uma experiência aleatória pois não conseguem saber previamente a bola que vai ficar colocada no meio das outras duas. Ao repetirem a experiência aleatória, os alunos obtêm um conjunto de resultados que registam na tabela. É com base nestes dados que os alunos procuram concluir se o jogo é ou não equilibrado (Figura 2).

Escreve a ordem pela qual saíram as bolas, da esquerda para a direita e indica quem ganha em cada jogada, a Rita ou o Manuel:

	Bola	Bola	Bola	Quem Ganha?
Jogada 1				
Jogada 2				
Jogada 3				
Jogada 4				
Jogada 5				
Jogada 6				
Jogada 7				
Jogada 8				

Será que o jogo é justo? Terão os dois amigos as mesmas possibilidades de ganhar o jogo?

Figura 2 – Folha de registos

Em toda a turma apenas três pares de alunos obtêm, nas oito jogadas, o mesmo número de vitórias para cada um dos jogadores, como mostra o registo dos alunos G. (Jogador 1) e X. (Jogador 2) (Figura 3):

	Bola	Bola	Bola	Quem Ganha?
Jogada 1	branca	preta	vermelha	X
Jogada 2	vermelha	branca	preta	es
Jogada 3	preta	branca	vermelha	es
Jogada 4	preta	vermelha	branca	X
Jogada 5	preta	branca	vermelha	es
Jogada 6	branca	vermelha	preta	X
Jogada 7	branca	preta	vermelha	X
Jogada 8	vermelha	branca	preta	es

Figura 3 – Registo de G. e X.

Com base nestes dados, estes alunos concluem que o jogo é justo, tendo ambos a mesma possibilidade de ganhar.

Outros pares de alunos obtêm, nas oito jogadas, um número diferente de vitórias para os dois jogadores. Nos treze pares de alunos, apenas dois, obtiveram mais vitórias para o Jogador 1, como mostram os registos de um dos pares Sa. (jogador 1) e Car. (jogador 2) (Figura 4):

	Bola	Bola	Bola	Quem Ganha?
Jogada 1	preto	branco	vermelho	Sa
Jogada 2	preto	branco	vermelho	Sa
Jogada 3	vermelho	branco	preto	Sa
Jogada 4	preto	branco	vermelho	Sa
Jogada 5	branco	preto	vermelho	Car
Jogada 6	preto	branco	vermelho	Sa
Jogada 7	preto	branco	vermelho	Sa
Jogada 8	branco	preto	vermelho	Car

Figura 4 – Registo de Sa. e Car.

Estes resultados levam estes pares a concluir, erradamente, que “o jogo não é justo, pois o Manuel (jogador 2) tem menos possibilidades de ganhar que a Rita” (Tarefa, Sa. e Car.).

Nos restantes oito pares, o Jogador 2 tem mais vitórias que o Jogador 1, no total das oito jogadas. Por exemplo, os alunos M. (Jogador 1) e R. (Jogador 2) obtêm, nas oito

jogadas, cinco vitórias para o Jogador 2 e três vitórias para o Jogador 1, como mostra o seu registo (Figura 5):

















	Bola	Bola	Bola	Quem Ganha?
Jogada 1	branco			R
Jogada 2		branco		M
Jogada 3			branco	R
Jogada 4	branco			R
Jogada 5		branco		M
Jogada 6			branco	R
Jogada 7		branco		M
Jogada 8	branco			R

Figura 5 – Registo de M. e R.

Com base nestes resultados concluem que o Jogador 2 tem mais possibilidades de ganhar, pelo que não consideram que o jogo seja justo. Para eles o “Jogador 2 tem muitas probabilidades” (Tarefa, M. e R.). O uso do termo probabilidade é feito pelos alunos numa perspectiva não matemática, fazendo uma inferência imediata dos resultados da experiência, associando este conceito aos casos favoráveis da sua tabela. Tal como os alunos M. e R., os alunos Ma. (Jogador 1) e S. (Jogador 2) obtêm, nas oito jogadas, cinco vitórias para o Jogador 2 e três vitórias para o Jogador 1, como mostra o seu registo (Figura 6):

	Bola	Bola	Bola	Quem Ganha?
Jogada 1	vermelho	preto	branco	S
Jogada 2	branco	preto	vermelho	S
Jogada 3	preto	branco	vermelho	Ma
Jogada 4	vermelho	preto	branco	S
Jogada 5	vermelho	branco	preto	Ma
Jogada 6	vermelho	branco	preto	Ma
Jogada 7	preto	vermelho	branco	S
Jogada 8	preto	vermelho	branco	S

Figura 6 – Registo de Ma. e S.

Estes dois alunos também concluem que o jogo não é justo mas não o conseguem justificar. Pelo seu lado, um outro par, F. e L. obtém o mesmo resultado mas concluem que o jogo é justo. Contudo, estes alunos justificam que não têm a mesma possibilidade de ganhar.

Os alunos Ba. (Jogador 1) e A. (Jogador 2) têm duas vitórias para o Jogador 1 e seis vitórias para o Jogador 2 (Figura 7).

	Bola	Bola	Bola	Quem Ganha?
Jogada 1	vermelha	branco	preto	Ba
Jogada 2	branca	vermelha	preto	A
Jogada 3	vermelha	branco	preto	Ba
Jogada 4	branca	vermelha	preto	A
Jogada 5	preto	vermelha	branco	A
Jogada 6	vermelha	preto	branco	A
Jogada 7	preto	vermelha	branco	A
Jogada 8	preto	vermelha	branco	A

Figura 7 – Registo de Ba. e A.

Estes alunos retomam o contexto inicial e concluem que o jogo não é justo (Figura 8):

Será que o jogo é justo? Terão os dois amigos as mesmas possibilidades de ganhar o jogo?
Não, o jogo não é justo, porque o Manuel tem mais possibilidades de ganhar do que a Bala.

Figura 8 – Resposta de Ba. e A. (Tarefa)

A professora acompanha o trabalho dos diferentes pares e verifica que é importante esclarecer o que significa “o jogo ser justo”. A professora questiona-os sobre o que significa para eles ser justo, ao qual respondem que “Ser justo é ser igual para os dois jogadores” (NC). Contudo, a análise que a maioria faz do jogo está ainda relacionada com os resultados que obtêm e não com a análise das condições em que um jogador ganha.

Discussão e síntese da tarefa

Após todos os pares da turma terem realizado as oito jogadas e terem discutido entre si se o jogo é justo ou não e registado nas suas folhas, a professora regista numa tabela que projeta no quadro branco os diversos dados que resultam das experiências de todos os pares da turma (Tabela 1):

Tabela 1 – Resultados de toda a turma

Pares de alunos	N.º de vezes que a Rita ganhou	N.º de vezes que o Manuel ganhou
Mad. / Mar.	2	6
Le. / F.	3	5
M. / R.	3	5
Car. / Sa.	6	2
N. / Be.	5	3
X. / G.	4	4
To. / Bi.	2	6
P. / B.	4	4
Cat. / J.	4	4
Cl. / CG.	3	5
Ma. / S.	3	5
A. / Ba.	2	6
Li. / Ti.	2	6
Total	43	61

Na discussão em grande grupo, os alunos analisam este conjunto de dados e verificam que no total das experiências realizadas por toda a turma a Rita (Jogador 1) vence menos vezes que o Manuel (Jogador 2). Procuram, em conjunto, explicar porque o jogo não é justo, de modo a responderem à última questão da tarefa (Figura 9).

Vamos tentar descobrir porque é que isso acontece! Justifiquem porque é que acham que o jogo é ou não justo.

Figura 9 – Última questão da tarefa

Respondem, então, de modo coletivo a esta questão, elaborando uma justificção que todos os pares registam (como fazem X. e G. – Figura 10).

Não, o jogo não é justo, pois o Manuel tem mais hipóteses de ganhar do que a Rita, porque há mais probabilidade de a bola calhar nas duas pontas.

Figura 10 – Resposta de X. e G. à última questão (Tarefa)

Mesmo depois de analisarem o conjunto de dados, a professora observou que alguns alunos ainda não conseguiam perceber o porquê de o jogo ser justo ou não. Assim, para apoiar a sua análise do jogo, a professora mostra no quadro branco um diagrama em árvore (Figura 11) com todos os resultados possíveis para esta experiência e a indicação do vencedor. Desta forma, os alunos percebem que, dadas as condições deste jogo, o Jogador 2 tinha maior probabilidade de ganhar do que o Jogador 1.

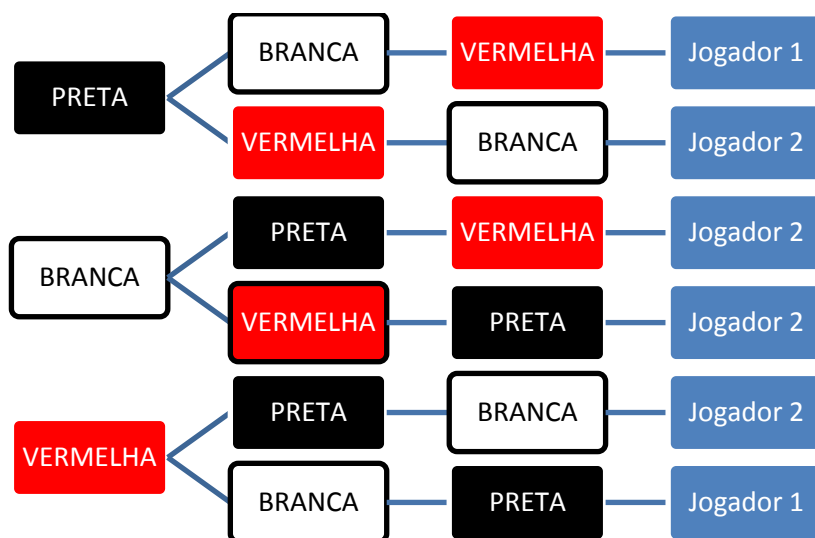


Figura 11 – Diagrama em árvore com os resultados possíveis

CONCLUSÃO

Ao introduzirmos o estudo das situações aleatórias através de tarefas envolvendo a análise das condições de um jogo, estamos a promover nos alunos a realização de

comparações, tratando assim a noção de probabilidade como aquilo que ela realmente é, ou seja, uma medida.

Na perspectiva do aluno, a simulação e a discussão que surge na implementação do jogo e, posteriormente, na apresentação dos resultados permitem explorar a relação entre o contexto do jogo e o modelo matemático inerente, introduzindo também o vocabulário específico destas situações. O estabelecimento dessa ponte não é tarefa simples, daí ser normal os alunos fazerem inferências baseadas no senso comum sugerindo que se encontram ainda no nível subjetivo (Jones et al., 1997).

A organização do trabalho do professor envolve, em primeiro lugar, a escolha da tarefa e a planificação da aula, contemplando os diferentes momentos de apresentação, trabalho autónomo dos alunos, discussão colectiva, sistematização das aprendizagens. Ao nível da concretização em sala de aula, a apresentação e exploração inicial da tarefa permitiu à professora certificar-se que os alunos compreendiam a tarefa proposta, sem lhe retirar o desafio pretendido. No acompanhamento do trabalho autónomo dos alunos, foi possível colocar perguntas pertinentes e discutir com os alunos situações pontuais relativamente ao jogo levando-os a discutir sobre a justiça do jogo e a registar e a analisar informalmente os resultados da realização das várias experiências tal como é referido por Sheffield et al., 2002).

Durante a discussão em grande grupo, a reunião de todos os dados da turma, proporciona uma base para o refinamento das inferências que emergem da realização da experiência. Foi também fulcral a sistematização em esquema que permitiu aos alunos justificar que o jogo não era justo, aspecto que tinham observado na experiência sugerindo que o trabalho que foi realizado é um contributo para a compreensão do conhecimento probabilístico dos alunos e para a sua progressão para o nível transicional (Jones et al., 1997).

Apesar da progressão entre níveis de compreensão (do nível subjetivo para o nível transicional) ser gradual, cabe ao professor a tarefa de proporcionar aos alunos condições para que essa evolução ocorra. Deste modo, o professor tem um papel fundamental na criação de condições para uma aprendizagem significativa e contextualizada do tema.

BIBLIOGRAFIA

- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Giles, G. (1988). *Probability pack: DIME projects*. Edinburgh: Oliver and Boyd.
- Jones, G. A., Langrall, C. W., Thornton, C. A., & Mogill, A. T. (1997). A framework for assessing and nurturing young children's thinking in probability, *Educational Studies in Mathematics*, 32, 101-125.
- Kafoussi (2004). Can kindergarten children be successfully involved in probabilistic tasks? *Statistics Education Research Journal* 3(1), 29-39.
- Lessard-Hébert, M., Goyette, G., & Boutin, G. (2008). *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas* (3.ª ed). Lisboa: Instituto Piaget.
- Ministério da Educação (ME) (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- NCTM (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM. (Trabalho original em Inglês, publicado em 2000).
- Sheffield, L. J., Cavanagh, M., Dacey, L., Findell, C. R., Greenes, C.E., & Small, M. (2002). *Navigating through Data Analysis and Probability in Prekindergarten – Grade 2*. NCTM: Reston.