REPÚBLICA DEMOCRÁTICA DE SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE
MINISTÉRIO DA EDUCÇÃO, JUVENTUDE E DESPORTO

MANUAL 6.ª Classe

MATEMÁTICA

Cooperação entre o Ministério da Educação, Cultura, Juventude e Desporto e Fundação Calouste Gulbenkian

Concepção e Elaboração : Escola Superior de Educação
Instituto Politécnico de Santarém

Coordenação do Projecto	**Maria João Cardona**
Língua Portuguesa	**Ana Fonseca**
	Isabel Rondoni
Matemática	**Maria José Pagarete**
Ciências Naturais e Sociais	**Fernando Costa**
	George Camacho
	Pedro Reis
Educação Visual	**Jean Campiche**
	Teresa Cavalheiro
Educação Musical	**Margarida Togtema**
Educação Física	**António Mesquita Guimarães**
Desenvolvimento Curricular	**Ramiro Marques**

Colaboração das equipas técnicas

Gabinete de Planeamento e Inovação Educativa
Direcção do Ensino Básico
Escola de Formação de Professores e Educadores
Inspecção da Educação.

Editora
Lugar e data

Capa
José Manuel Soares
Ilustrações
Teresa Cavalheiro,
José Manuel Soares
Jean Campiche
Grafismo
Jean Campiche

Concepção e Impressão no âmbito do Projecto de Apoio ao Sector Social (PASS) com financiamento da Associação Internacional para o Desenvolvimento (IDA) do Banco Mundial

Nota Prévia

Esta publicação faz parte de um conjunto de cinco documentos de trabalho que visam auxiliar professores/as e estudantes no processo de ensino-aprendizagem da 6ª classe da educação básica:

- Manual de Língua Portuguesa
- Manual de Matemática
- Manual de Ciências Naturais e Sociais
- Sugestões Pedagógicas de Língua Portuguesa e Expressões (Educação Visual, Educação Musical e Educação Física)
- Sugestões Pedagógicas de Matemática e Ciências Naturais e Sociais

Os Manuais de Língua Portuguesa, Matemática e Ciências Naturais e Sociais destinam-se a ajudar os/as estudantes na aprendizagem dos conteúdos do programa da 6ª classe, tendo havido um grande cuidado na escolha dos textos e dos exercícios propostos. Esse cuidado procurou respeitar não apenas o nível etário e as etapas de desenvolvimento cognitivo dos/as estudantes mas também a realidade cultural da República Democrática de S. Tomé e Príncipe.

Um outro aspecto a que foi dado um relevo particular foi a escolha das ilustrações. Procurou-se que as ilustrações expressassem modos de viver a sociedade, a economia, a cultura e a natureza do país e, simultaneamente, tornassem convidativo o estudo das matérias e a realização dos exercícios e actividades.

No respeito pela Lei de Bases da Educação da República Democrática de S. Tomé e Príncipe (Lei 2/2003 de 2 de Junho), houve a preocupação de acentuar a interdisciplinaridade e a transversalidade das diferentes áreas curriculares. Esta preocupação é particularmente relevante no que diz respeito à área de Desenvolvimento Pessoal e Social cujos conteúdos são abordados transversalmente em todas as áreas curriculares sem esquecer que é na área das Ciências Naturais e Sociais que estes conteúdos podem ter maior destaque.

Esta preocupação é também particularmente evidente no que diz respeito à área das Expressões, que tendo em conta a sua especificidade, é sobretudo desenvolvida nas Sugestões Pedagógicas apresentadas para a/os docentes.

Neste sentido, e considerando a legislação em vigor, são diferenciadas as seguintes áreas:

- Língua Portuguesa;
- Matemática;
- Ciências Naturais e Sociais (integrando de forma mais específica a área de Formação Pessoal e Social);
- Expressões – Educação Visual, Educação Musical, Educação Física.

As Expressões, apresentadas no manual de Sugestões Pedagógicas, surgem a par de opções metodológicas e exemplos de tarefas e actividades capazes de permitirem a consecução dos objectivos programáticos para essa área. Os manuais de Sugestões Pedagógicas de Língua Portuguesa e Expressões e de Matemática e Ciências Naturais e Sociais apresentam opções metodológicas, actividades, tarefas e exercícios que poderão ser desenvolvidos no contexto de sala de aula, numa perspectiva de transversalidade e articulação entre as diferentes áreas de aprendizagem.

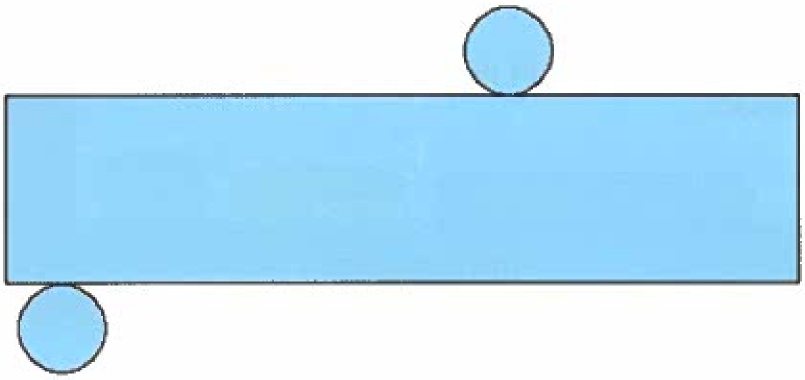
Bom trabalho!

Unidade 1 – CILINDRO DE REVOLUÇÃO

Planificação da superfície de um cilindro

Tarefa de Investigação

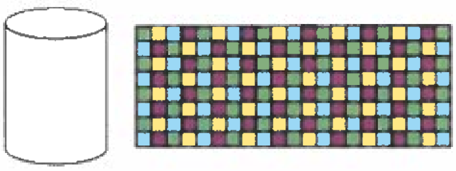
A figura seguinte pode ser a planificação de um cilindro? Porquê?



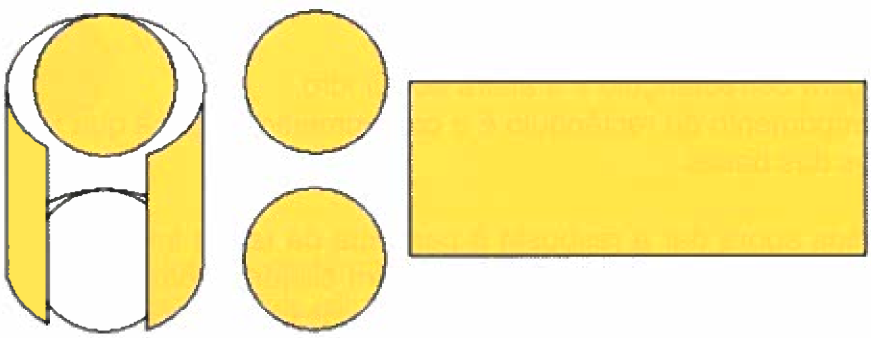
Investiga

Vamos começar por descrever uma situação que surgiu na turma do Joel e que nos ajudará a dar a resposta a esta pergunta.

O Professor *Wilson* precisava de uma caixa para colocar lápis e canetas. Um dos seus alunos, o Joel, tinha uma lata vazia e um papel autocolante colorido e resolveu pôr mãos ao trabalho para construir uma para oferecer ao professor.



Começou por imaginar como haveria de cortar o papel. Lembrou-se de recorrer aos modelos de sólidos que tinham à disposição na sala de aulas e usou o cilindro para fazer uma planificação, da mesma forma que já tinha realizado para a de outros modelos em anos anteriores.



O Joel verificou, assim, que:

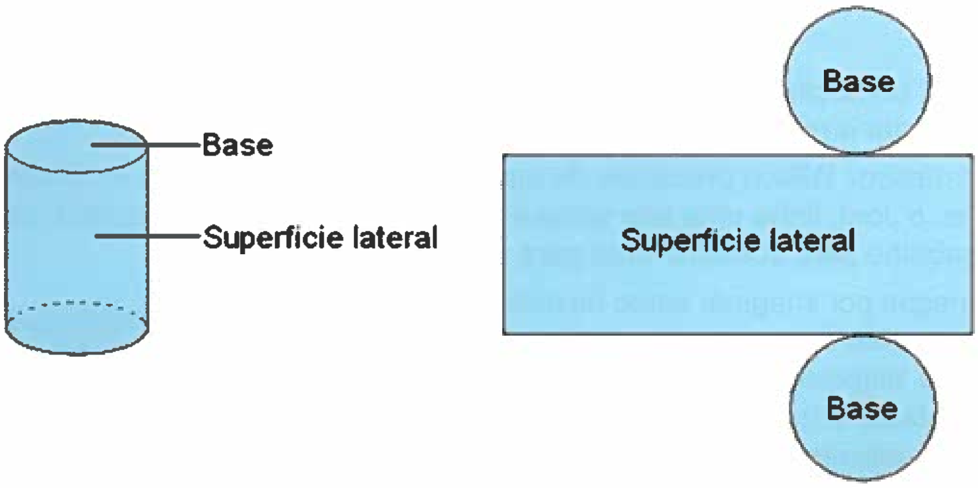
- A planificação da superfície de um cilindro era constituída por um rectângulo e por dois círculos;
- O comprimento do rectângulo era igual ao comprimento da linha que limita cada um dos círculos.

Em seguida, colocou a lata sobre o papel, desenhou a base no papel e recortou-a. Mediu com uma fita a altura da lata e o comprimento à sua volta, registando os valores do comprimento (26cm) e da altura (11cm). Com estes dados desenhou o rectângulo na folha e recortou-o.

Por fim, colocou o papel na parte lateral da lata e na base, ficando pronta para oferecer ao professor.

Informação

Tendo como referência o modelo de sólido e a sua planificação podemos dizer que:



- A largura do rectângulo é a altura do cilindro.
- O comprimento do rectângulo é o comprimento da linha que limita cada um dos círculos das bases.

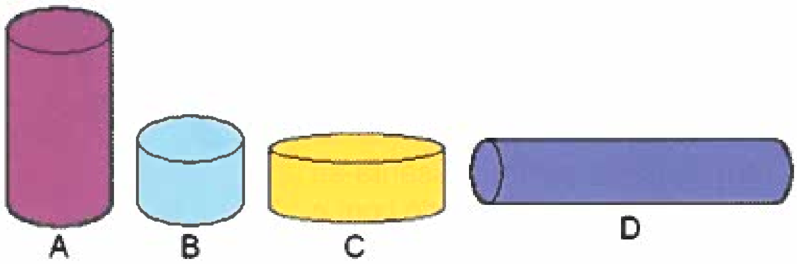
Podemos agora dar a resposta à pergunta da tarefa inicial dizendo que a figura apresentada não pode ser a planificação de um cilindro, porque os comprimentos das linhas que limitam os círculos não parecem ter o mesmo comprimento que o rectângulo, o que é necessário para que eles sejam planificação de um cilindro.

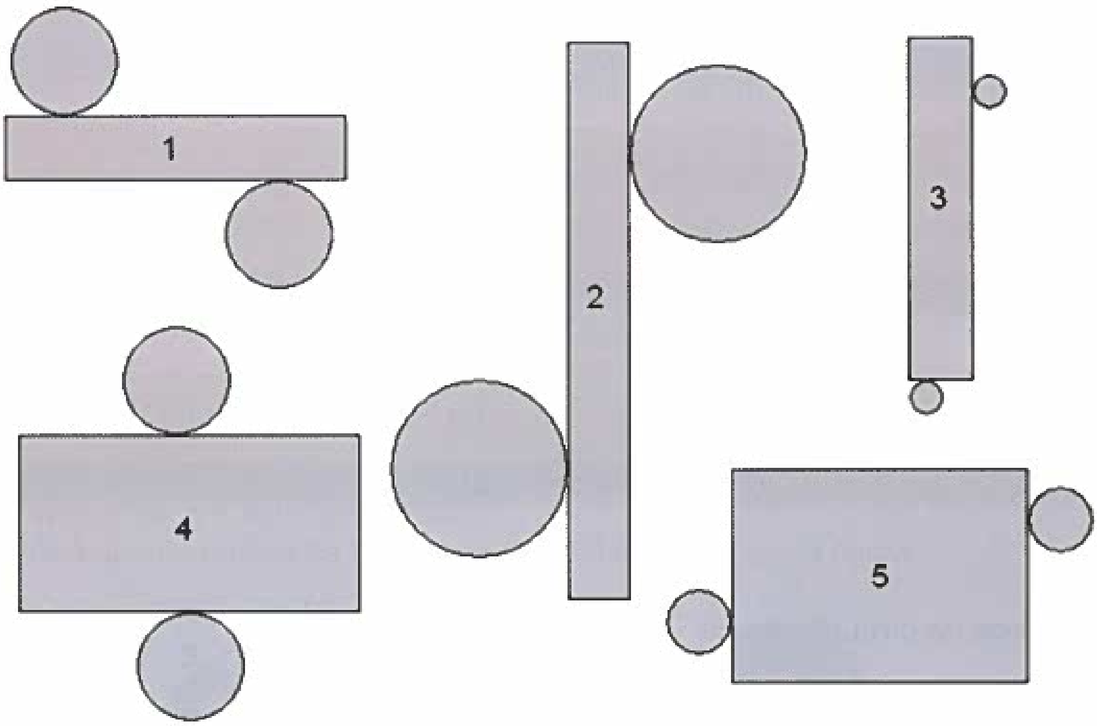
Exercícios

1. Observa as figuras.

Completa os espaços de modo que a cada sólido corresponda a sua planificação.

A→____________ B→____________ C→____________ D→____________





Desenha numa folha um rectângulo de 12cm por 6cm e recorta-o. Usa-o para formares a superfície lateral de dois cilindros diferentes e em seguida desenha, no resto da folha, as bases que cada um deles deve ter.

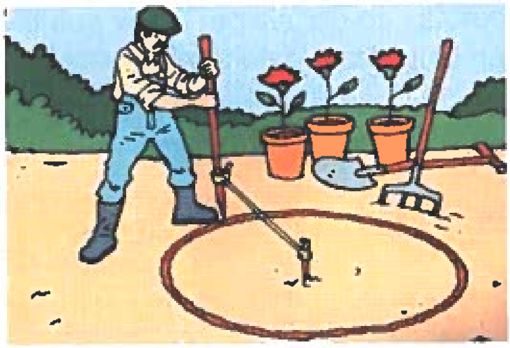
CÍRCULO. PERÍMETRO DO CÍRCULO

Circunferência e círculo

Como certamente sabes, no centro de um campo de futebol há uma grande figura marcada a branco.

E que figura é essa? É uma circunferência.

Para desenhar uma circunferência, no papel, usa-se o compasso e a abertura do compasso deve ser igual ao raio da circunferência que queremos desenhar.



No campo de futebol ou no jardim usa-se outro processo, porque não há compasso com dimensões para desenhar circunferências tão grandes. Marca-se o centro da circunferência e fixa-se um prego nesse ponto. Depois com um fio faz-se um nó e agarra-se a esse prego. Estica-se o fio até ao tamanho que queremos desenhar a circunferência e coloca-se outro prego na extremidade desse fio. Assenta-se esse prego no chão e andando sempre à roda com o fio sempre esticado marcamos no chão a linha.

Depois é só pintar essa linha e está desenhada a circunferência.

Informação

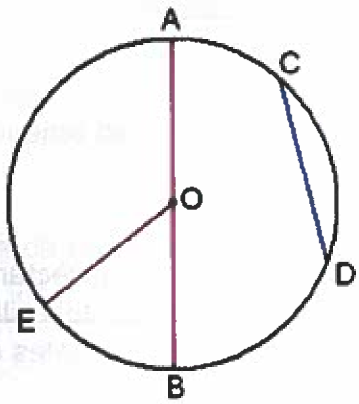
Uma **circunferência** é uma linha curva fechada em que todos os pontos estão à mesma distância de um a que se chama o centro da circunferência.

À circunferência e à superfície que fica dentro da circunferência chama-se **círculo**.

Elementos da circunferência

Observa o seguinte desenho:

[AB] é *um diâmetro*
[OE] é *um raio*
[CD] é *uma corda*



Informação

Uma **corda** é um segmento de recta que une dois pontos da circunferência.

Um **diâmetro** é uma corda que passa pelo centro da circunferência.

Um **raio** é um segmento de recta cujos extremos são o centro da circunferência e um ponto qualquer da circunferência.

Tarefa de Investigação

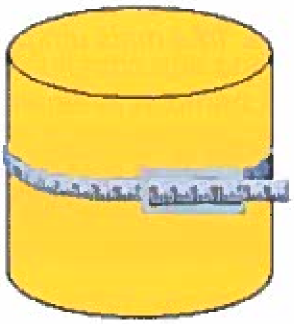
És capaz de imaginar quantos raios e diâmetros tem uma circunferência?

Investiga

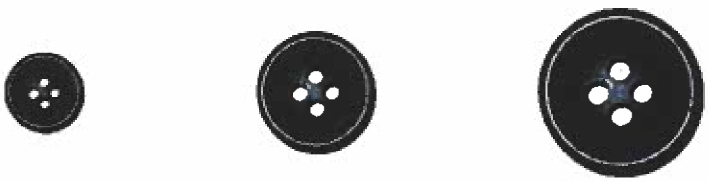
Faz várias tentativas, desenhando uma circunferência e traçando raios e diâmetros. Compara com os desenhos dos teus colegas e tira conclusões.

Perímetro do círculo

Até agora, para determinarmos o perímetro de um círculo usávamos um fio ou uma fita métrica.



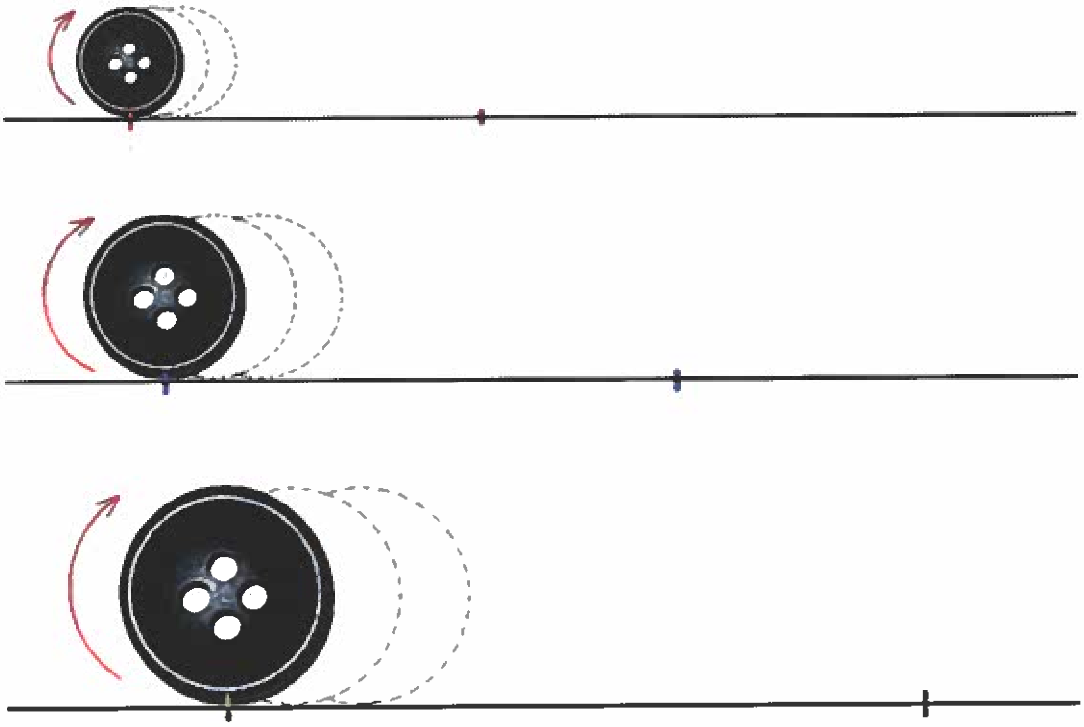
Vamos ver um novo processo.
Arranja três botões de tamanhos diferentes, como os da figura:



Com uma caneta marca um ponto numa das faces de cada botão.

Observa agora a figura seguinte e faz o mesmo que está lá representado. Coloca o botão na vertical, roda-o como se fosse um arco e assinala, na recta, a passagem do ponto duas vezes consecutivas.

Podemos dizer que:



O comprimento da circunferência é o perímetro do círculo.

O que concluis?

Quanto maior é o diâmetro do botão maior é a distância entre os dois pontos.

Mede a distância entre os pontos e o diâmetro do botão, nos três casos.

Rapara que a distância entre os pontos é sempre *"três e mais um pouco"* vezes o diâmetro. A essa quantidade *"três mais um pouco"* chama-se **pi** e representa-se com a letra grega **π**.

Informação

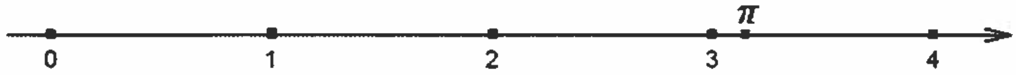
O perímetro do círculo é igual ao diâmetro da circunferência vezes π.

$P = d \times \pi$

Vamos saber um pouco da história deste número famoso e que se designa por π (**pi**).

O número π é um número muito especial que já era conhecido pelos matemáticos na Antiguidade. Os Egípcios, 4000 anos antes de Cristo, atribuíram a π um valor igual a 3,1605.

Arquimedes, no sec. III a. C., provou que este número famoso deveria estar compreendido entre $3\frac{10}{71}$ e $3\frac{1}{7}$.



Os Romanos usavam, nos seus cálculos para o π, o valor $3\frac{1}{8}=3{,}125$.

Ao longo dos tempos muitos cientistas têm procurado aproximações cada vez mais rigorosas deste número e obtiveram várias, como se apresentam a seguir:

π=3,14 (com duas casas decimais)
π=3,142 (com três casas decimais)
π=3,1416 (com quatro casas decimais)
π=3,14159265358979323846 (com vinte casas decimais)

Actualmente, utilizando o computador, pode calcular-se o valor de π com muitas e muitas casas decimais.

Mede o perímetro e o diâmetro da base de três latas ou garrafas que consigas arranjar.

Copia para o teu caderno a tabela seguinte e preenche-a:

Medida do perímetro da base (em cm) p	Medida do diâmetro da base (em cm) d	p:d

Comenta com os teus colegas os resultados que obtiveste na terceira coluna. Os valores que obtiveste nessa coluna são valores aproximados de π.

Exercícios

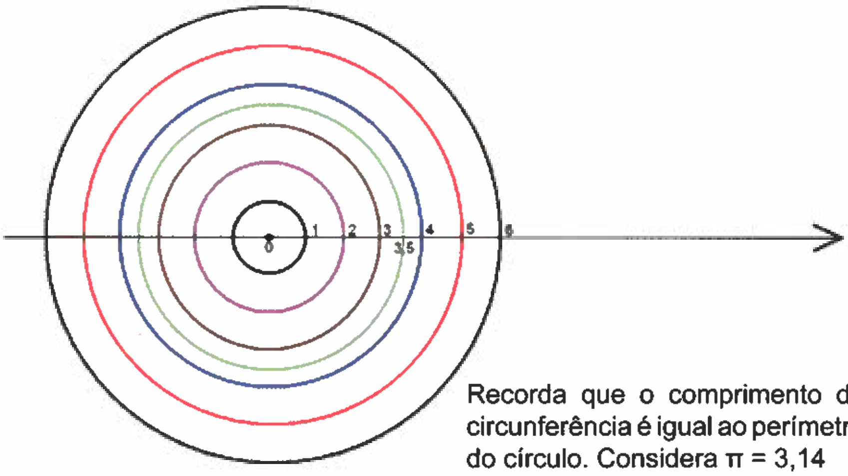
1. Calcula os perímetros dos seguintes círculos definidos pelas circunferências:

Vermelha;

Verde;

Castanha;

Rosa.



Recorda que o comprimento da circunferência é igual ao perímetro do círculo. Considera π = 3,14

2. Um anel tem de comprimento 4,71cm.

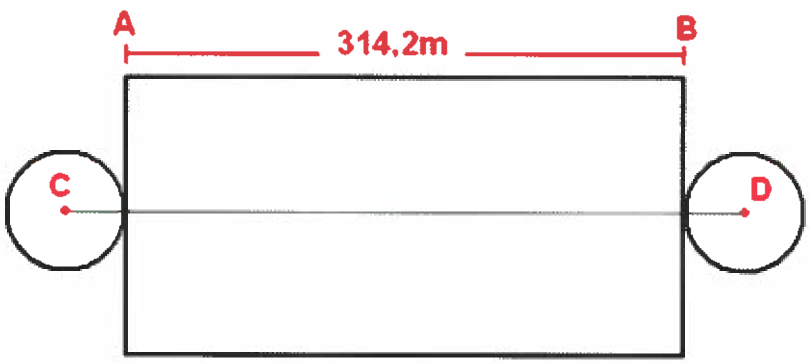
Quanto mede o seu raio? Considera $\pi = 3,14$.

3. Copia a tabela seguinte para o teu caderno e completa-a, sabendo que r representa o comprimento do raio, d o comprimento do diâmetro e p o perímetro do círculo.

r	*d*	*p*
16cm		
	24,2cm	
		37,68cm

Considera $\pi = 3,14$.

4. Observa a figura:



Determina a distância de C a D, considerando que o perímetro dos círculos é de *376,8m.* Considera $\pi = 3,14$.

5. Para vedar um campo circular utilizaram-se *78,5m* de rede. Qual é o raio do campo?

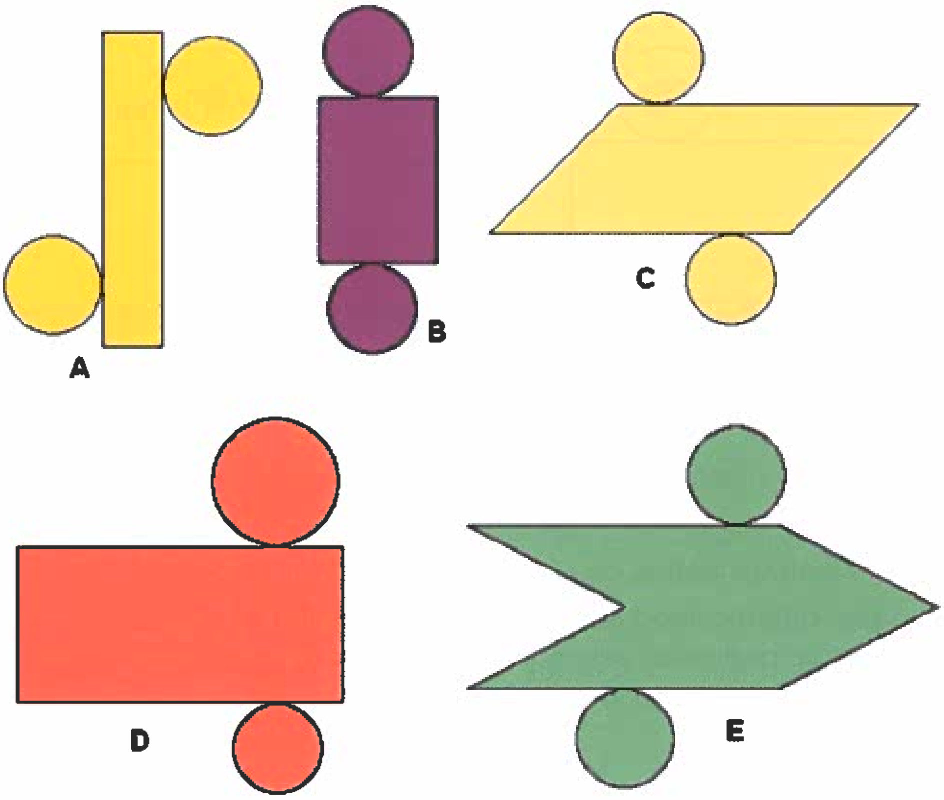
6. A roda da bicicleta do Luís tem de raio *0,3m* e a roda da bicicleta da Eunice tem de raio *0,25m.*

Que distância percorreu o Luís depois da roda da sua bicicleta ter dado 100 voltas?

O Luís e a Eunice andaram juntos *5km.* Quantas voltas deu a roda de cada uma das bicicletas?

Exercícios e Problemas

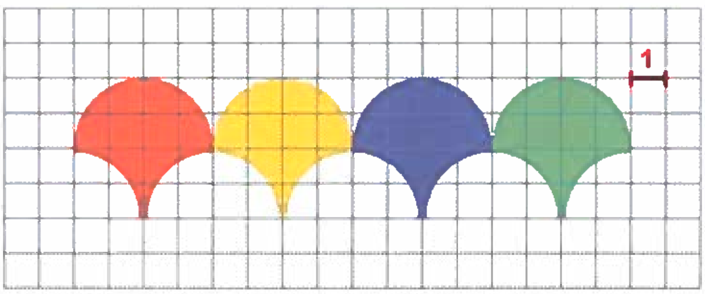
1. Das figuras seguintes duas são planificações de um cilindro. Assinala-as com X.



2. Observa as figuras e completa a tabela.

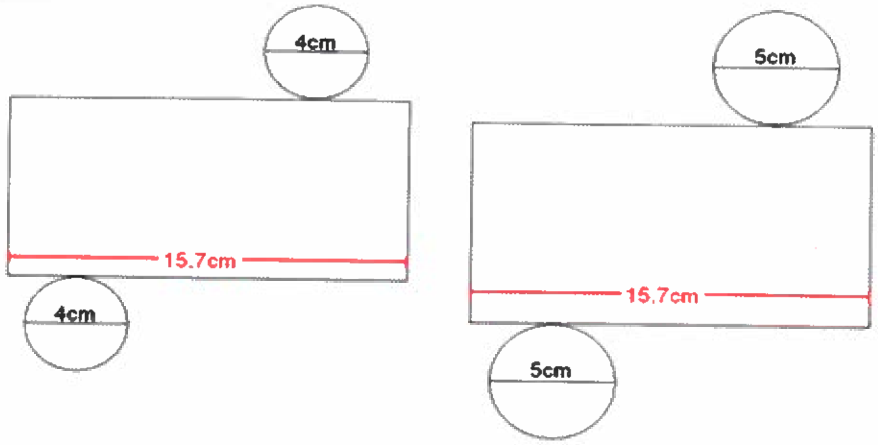
Figuras	Perímetro do círculo da base p	Diâmetro d	p : d
	28,26cm	9cm	
	14,13cm		3,14

3. Determina o comprimento da linha que limita o friso.



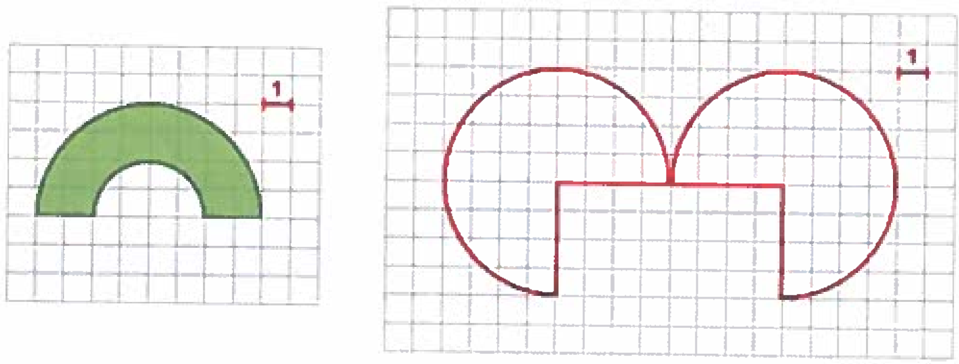
Considera $\pi=3,14$.

4. Qual das duas figuras é a planificação de um cilindro?



5. A Paula vai pregar uma renda à volta de uma toalha circular de 0,75m de diâmetro. Quantos metros de renda vai a Paula ter de comprar?

6. No papel quadriculado do teu caderno desenha figuras diferentes das figuras seguintes, cujo perímetro seja equivalente. (usa o compasso)



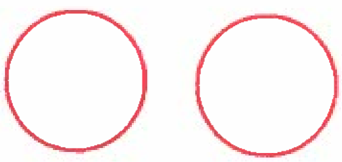
7. As rodas traseiras de um tractor têm 2m de diâmetro e as dianteiras têm 0,5m de raio.

Considera $\pi=3,14$.

Quando a roda traseira deu uma volta completa, que distância percorreu o tractor?

Quando a roda grande dá 10 voltas, quantas voltas dá a pequena?

8. Os dois círculos geometricamente iguais, desenhados em baixo, são bases para um cilindro.



- Quantos cilindros te parece que se podem construir, tendo estas bases?
- Desenha no teu caderno três cilindros possíveis que tenham as bases geometricamente iguais às da figura.

Unidade 2 – OPERAÇÕES COM NÚMEROS RACIONAIS ABSOLUTOS

Números Racionais. Adição e Subtracção

Tarefa de Investigação

O Tobias, o Jair e o Nelson estavam encarregues de arrumar num tabuleiro, separadamente, os diversos tipos de café que estavam no armazém da roça. O Tobias arrumou $\frac{1}{2}$; o Jair arrumou $\frac{1}{3}$ e o Nelson arrumou $\frac{1}{6}$ do café.

Quem arrumou maior quantidade de café?

Investiga

Podemos dizer que $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ e $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

O Tobias arrumou $\frac{3}{6}$ e o Jair arrumou $\frac{2}{6}$ do café.

As fracções $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{6}$ representam o mesmo número. De igual forma, $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{6}$ representam o mesmo número.

Informação

Fracções equivalentes são as que representam o mesmo número.

O Jair e o Nelson arrumaram, ao todo, tanto café como o Tobias.
Observa os cálculos seguintes:

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$

Os três empregados da roça arrumaram todo o café, porque:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = 1$$

$$\frac{3}{6} + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6}$$

A fracção $\frac{1}{3}$ é irredutível. A fracção $\frac{2}{6}$ não é irredutível, porque é possível escrever uma fracção equivalente com termos (*numerador* e *denominador*) menores.

Na fracção $\frac{2}{6}$ o termo 2 é o numerador e o termo 6 o denominador.

Informação

Uma fracção diz-se **irredutível** quando não é possível escrever outra equivalente com termos menores.

Exercícios

1. Escreve, no teu caderno, a fracção irredutível equivalente a $\frac{3}{9}$.
2. Das fracções seguintes, transcreve para o teu caderno as que são irredutíveis:

$$\frac{2}{6} \quad ; \quad \frac{3}{5} \quad ; \quad \frac{4}{8} \quad ; \quad \frac{1}{3}$$

O que significa a expressão:

$$1 - \frac{1}{2} \ ?$$

Como podes observar, na figura onde está representado o tabuleiro com os grãos de café, esta expressão traduz a parte do café que o Jair e o Nelson arrumaram, ou a parte do café que o Tobias não arrumou.

$$1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

Podemos dizer que:

O Tobias arrumou metade do café.
O Jair e o Nelson arrumaram, em conjunto, a outra metade do café que estava no armazém.

O que significa $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$?

Como sabes,

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

$$\downarrow$$

$$\frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}$$

Podemos dizer que $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$ significa a porção de café que o Jair arrumou a mais do que o Nelson.

Exercícios

1. Completa, registando o resultado no teu caderno:

$\frac{1}{4} + \frac{2}{4} =$ $\qquad$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} =$ $\qquad$ $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} =$

2. Calcula, registando o resultado no teu caderno:

$\frac{3}{4} + \frac{1}{8} =$ $\qquad$ $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} =$ $\qquad$ $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$

3. Copia para o teu caderno e calcula os valores das operações:

$\frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$ $\qquad$ $1 - \frac{1}{4} =$

Informação

Após completares os exercícios anteriores podes concluir que:

A adição de números representados por fracções com o mesmo denominador obtém-se adicionando os numeradores e atribuindo o mesmo denominador.

A adição de números representados por fracções com denominadores diferentes efectua-se transformando as fracções em fracções equivalentes, todas com o mesmo denominador, e aplicando a regra anterior.

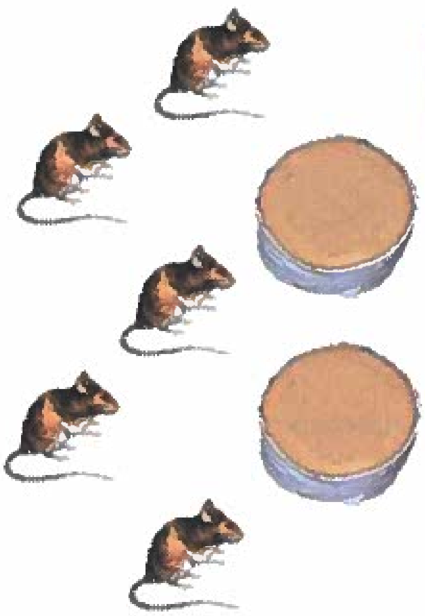
Comparação de Números Racionais

Tarefa de Investigação

A Aida tinha na cozinha dois queijos, numa travessa. Os ratos descobriram-nos e comeram-nos, tendo comido todos a mesma quantidade de queijo. Houve casos em que cada rato comeu um queijo inteiro?

Investiga

Preenche o quadro com a porção de queijo que coube a cada rato, de acordo com a respectiva situação.



N.º de ratos	Porção de queijo que cabe a cada rato (todos comem o mesmo)
10	**2 : 10 =**
9	**2 : 9 =**
8	**2 : 8 =**
7	**2 : 7 =**
6	**2 : 6 =**
5	**2 : 5 =**
4	**2 : 4 =**
3	**2 : 3 =**
2	**2 : 2 =**
1	**2 : 1 =**

Repara nos resultados que obtiveste:

1.º caso $\frac{2}{2} = 1$ e $\frac{2}{1} = 2$

2.º caso $\frac{2}{4} = 0{,}5$ $\frac{2}{5} = 0{,}4$ $\frac{2}{8} = 0{,}25$ $\frac{2}{10} = 0{,}2$

3.º caso $\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ $\frac{2}{6} = 0{,}333\ldots$ $\frac{2}{9} = 0{,}222\ldots$

No primeiro caso, o resultado da divisão dos queijos foi um **número inteiro**.

Há fracções que representam números inteiros

No segundo caso, as fracções representam **números fraccionários** que são **decimais**.

Há fracções que representam números fraccionários decimais

No terceiro caso, as fracções representam **números fraccionários** que são **não decimais.**

Há fracções que representam números fraccionários não decimais

Podemos então dizer que:

Um número racional é todo o número que é inteiro ou fraccionário e, portanto, se pode representar por uma fracção

Nas situações descritas no **1.º caso**, o que significam as fracções $\frac{2}{2}$ e $\frac{2}{1}$?

Significam, respectivamente, que 1 rato comeu 2 queijos e que 2 ratos comeram cada um 1 queijo.

No **2.º caso** as fracções $\frac{2}{4}, \frac{2}{5}, \frac{2}{8}$ e $\frac{2}{10}$ representam que os dois queijos foram comidos por 4, 5, 8 ou 10 ratos, sempre em porções iguais.

É fácil perceber que:

$$\frac{2}{4} > \frac{2}{5} > \frac{2}{8} > \frac{2}{10} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{10} < \frac{2}{8} < \frac{2}{5} < \frac{2}{4}$$

No **3.º caso** as fracções $\frac{2}{3}, \frac{2}{6}$ e $\frac{2}{9}$ representam que os 2 queijos foram comidos por 3, 6 ou 9 ratos, sempre em porções iguais, podendo escrever-se:

$$\frac{2}{3} > \frac{2}{6} > \frac{2}{9} \quad \text{ou} \quad \frac{2}{9} < \frac{2}{6} < \frac{2}{3}$$

Podemos, assim, concluir que:

Para comparar números racionais representados por fracções podemos dividir o numerador pelo denominador e comparar os resultados obtidos.

Propriedades das Operações Adição e Subtracção

Actividade

A Selma tinha uma hora para estudar Matemática antes de se deitar.

Um quarto de hora dedicou-o ao estudo dos sólidos geométricos.

Na meia hora seguinte estudou fracções.

Por fim gastou dez minutos a rever as propriedades associativa e comutativa da adição de números inteiros.

Pensa e responde:

- A Selma terá gasto a hora toda a estudar Matemática?
- A que horas acabou a Selma de estudar?
- Quantos minutos gastou a Selma a estudar:

  Fracções e sólidos?
  Sólidos e fracções?
- Que conclusões tiras dos valores que obtiveste como resposta para as duas situações?
- Que fracção da hora representa o tempo que a Selma gastou a mais a estudar fracções do que a rever as propriedades?
- A quantos minutos equivale $\frac{1}{12}$ da hora?
- Que fracção da hora representa o tempo que a Selma gastou a rever as propriedades associativa e comutativa da adição de números inteiros?
- Representa no relógio ao lado a hora a que a Selma acabou de estudar, desenhando os ponteiros.

Na resolução das questões propostas na actividade verificamos que:

$$\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$$

é o tempo dedicado ao estudo de sólidos e fracções.

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}+\frac{1}{4}=\frac{3}{4}$$

é o tempo dedicado ao estudo de fracções e sólidos.

Logo: $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$ **(propriedade comutativa)**

$$\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{6}=\left(\frac{1}{4}+\frac{2}{4}\right)+\frac{1}{6}=\frac{3}{4}+\frac{1}{6}=\frac{9}{12}+\frac{2}{12}=\frac{11}{12}$$

é o tempo dedicado ao estudo de sólidos e fracções e propriedades.

$$\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{4}+\left(\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\right)=\frac{1}{4}+\frac{4}{6}=\frac{3}{12}+\frac{8}{12}=\frac{11}{12}$$

é o tempo dedicado ao estudo de sólidos e fracções e propriedades.

Logo: $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{6}=\frac{1}{4}+\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{6}\right)$ **(propriedade associativa)**

Exercícios

1. Escreve, no teu caderno, sob a forma de numeral misto fraccionário:
   - Uma hora e um quarto;
   - Três horas e meia.

2. Escreve, no teu caderno, uma fracção equivalente a cada uma das fracções:

   $\frac{3}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{3}$ $\qquad$ $\frac{4}{6}$

3. Calcula o valor das expressões:

   $\frac{6}{5}+\frac{9}{4}+\frac{6}{10}$ $\qquad$ $\frac{6}{10}+\frac{4}{5}+2\frac{1}{5}$

   $2\frac{1}{3}-\frac{9}{4}$

   $\frac{4}{5}+\frac{9}{4}$ $\qquad$ $\frac{35}{100}+1\frac{1}{5}-\frac{6}{10}$

Números Racionais – Multiplicação – Expressões Numéricas

Tarefa de Investigação

O Jorge e o Rafael estão a construir um painel de azulejos para colocar numa parede da escola. No fim de semana construíram $\frac{3}{4}$ do painel, tendo feito metade cada um.

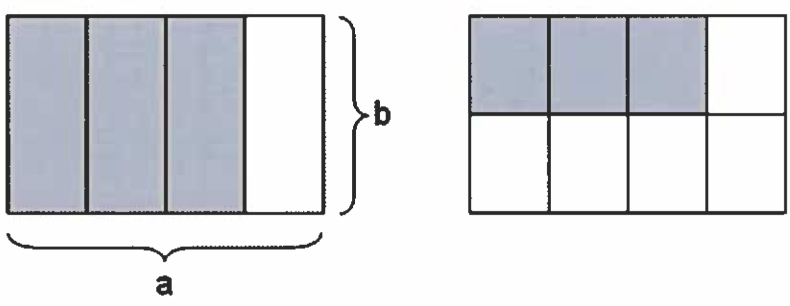
Que parte do painel construiu o Rafael no fim de semana?

Investiga

Para dares resposta à pergunta é necessário calcular $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$, ou seja, $\frac{1}{2}\times\frac{3}{4}$.

Como vamos fazê-lo?

Consideramos dois rectângulos iguais e dividimo-los, um em 4 partes iguais e outro em oito partes iguais.



No primeiro pintamos $\frac{3}{4}$ e no segundo metade desses $\frac{3}{4}$ que corresponde a $\frac{3}{8}$.

O que calculámos foi metade de $\frac{3}{4}$, ou seja, $\frac{3}{8}$.

A fracção $\frac{3}{8}$ representa o produto de $\frac{1}{2}$ por $\frac{3}{4}$.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{1 \times 3}{2 \times 4} = \frac{3}{8}$$

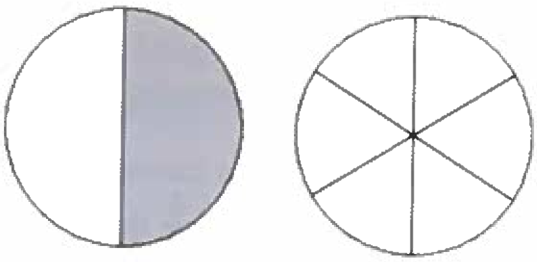
Informação

Para multiplicar dois números representados por fracções, multiplicam-se os numeradores e multiplicam-se os denominadores

Exercícios

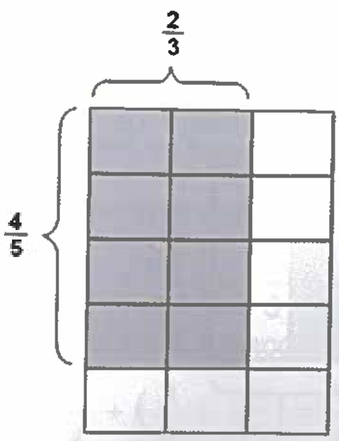
1. Observa os dois esquemas e calcula $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2}$.

Representa o resultado num esquema idêntico ao 2.º, que vais desenhar no teu caderno.

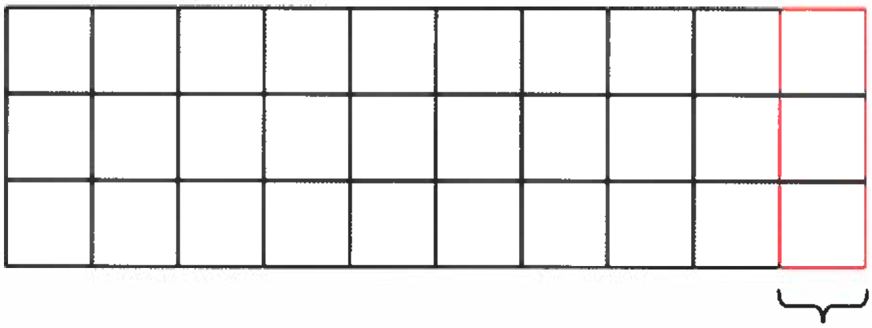


2. Observa a figura.

Representa, sob a forma de um produto, a área colorida da figura.



3. Calcula $\frac{1}{3} \times 0{,}4$, utilizando um esquema idêntico ao apresentado a seguir.



$\frac{1}{10}$

Propriedades da Multiplicação de Números Racionais

Vamos confirmar que as propriedades da multiplicação de números inteiros se verificam também na multiplicação com números racionais.

Comutativa

$$\frac{3}{4} \times 0{,}4 = \frac{3}{4} \times \frac{4}{10} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

$$0{,}4 \times \frac{3}{4} = \frac{4}{10} \times \frac{3}{4} = \frac{12}{40} = \frac{3}{10}$$

Logo: $\frac{3}{4} \times 0{,}4 = 0{,}4 \times \frac{3}{4}$

Associativa

$$\left(0{,}4 \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{4} = \left(\frac{4}{10} \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{4} = \frac{8}{30} \times \frac{5}{4} = \frac{40}{120} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Logo: $\left(0{,}4 \times \frac{2}{3}\right) \times \frac{5}{4} = 0{,}4 \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}\right)$

$$0{,}4 \times \left(\frac{2}{3} \times \frac{5}{4}\right) = \frac{4}{10} \times \frac{10}{12} = \frac{40}{120} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Distributiva da multiplicação em relação à adição e à subtracção

$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2}{12} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

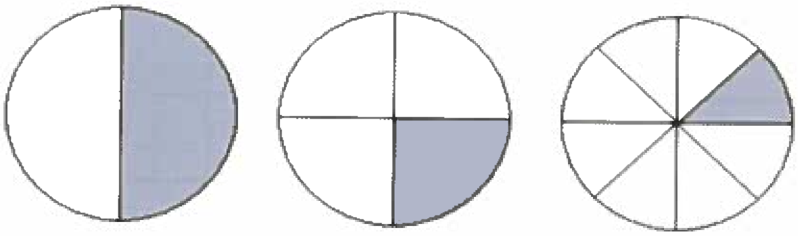
$$\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{4} + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8} - \frac{1}{12} = \frac{3}{24} - \frac{2}{24} = \frac{1}{24}$$

$$\frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{4} \times \left(\frac{3}{6} - \frac{2}{6}\right) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{24}$$

Potências de números racionais

Observa o esquema:



$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\times\frac{1}{2}} \frac{1}{4} \xrightarrow{\times\frac{1}{2}} \frac{1}{8}$$

Este produto de factores iguais também se pode escrever na forma de potência:

$$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

em que a **base** é o factor que se repete e o **expoente** é o número de vezes que a base se repete.

Exercícios

1. Calcula e regista no teu caderno o valor de:

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2; \left(\frac{1}{4}\right)^3; \left(\frac{2}{3}\right)^2; \left(\frac{1}{4}\right)^4$$

2. Copia para o teu caderno e escreve sob a forma de potência, os seguintes produtos:

$\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{5}$

$\frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10} \times \frac{7}{10}$

$0{,}4 \times 0{,}4 \times 0{,}4$

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times 1\frac{1}{4}$

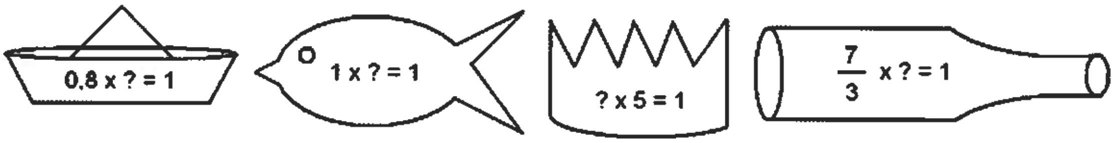
3. Copia a tabela seguinte para o teu caderno e completa-a de acordo com o exemplo:

Potência	Leitura
$\left(\frac{1}{3}\right)^2$	Um terço ao quadrado ou um terço elevado a dois
$\left(\frac{2}{5}\right)^3$	
	Três sétimos à quinta ou três sétimos elevados a cinco
$\left(\frac{1}{10}\right)^6$	

O Inverso de um Número

Tarefa de Investigação

Observa os desenhos e descobre o número que falta em cada um dos produtos.



Investiga

Se pensares no produto 6 x ? = 1, para obteres a unidade tens de dividir o 6 por ele próprio, o que equivale a multiplicar por $\frac{1}{6}$.

Podemos, então, dizer que:

O número $\frac{1}{6}$ é o inverso do número 6

Descobre agora os números que devem estar nos lugares assinalados nas figuras por ?

Será que o número zero tem inverso? Porquê?

Experimenta calcular o valor das seguintes expressões:

$\frac{2}{3} \times 0 \times 9$ $\quad$ $33{,}5 \times \frac{4}{9} \times 0$ $\quad$ $\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{4} \times 0 \times 3{,}5\right)$

A que conclusão chegas?

Como verificaste, todos os produtos de factores em que um deles seja zero é igual a zero. Logo, não é possível obter um valor igual a 1 como resultado do produto de zero por outro número qualquer.

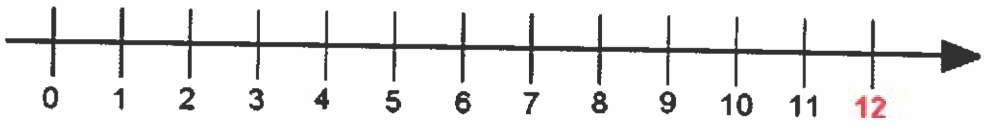
Informação

- Dois números racionais cujo produto é 1 dizem-se inversos um do outro.
- O zero não tem inverso.

Representações de um número racional

Para representar um número podemos usar várias expressões numéricas.

Vamos utilizar a recta numérica para escrever várias expressões que representam o número 12.



6×2

$\downarrow$

$2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2$

$\downarrow$

$5 \times 2 + 2$

$\downarrow$

$2^3 + 2^2$

$\downarrow$

$(3 + 1) \times 3$

Como verificaste podemos obter um número através do cálculo de uma expressão numérica. Por exemplo, para calcular o valor da expressão:

$$4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) =$$

procede-se da seguinte forma:

5. Calculam-se as potências

$$= 4 \times \frac{1}{16} - \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) =$$

6. Efectuam-se os cálculos dentro de parênteses

$$= 4 \times \frac{1}{16} - \frac{1}{4} \times \frac{2}{3} =$$

7. Efectuam-se as multiplicações ou divisões

$$= \frac{4}{16} - \frac{2}{12} =$$

4. Transformam-se as fracções com o mesmo denominador

$= \frac{3}{12} - \frac{2}{12} =$

5. Efectuam-se as operações pela ordem indicada

$= \frac{1}{2}$

Exercícios

1. Escreve no teu caderno três expressões numéricas que representem o número $\frac{1}{8}$.

2. Representa, no teu caderno, por uma expressão numérica:

   $\frac{1}{3}$ de $\frac{4}{7}$ de 2 $\qquad$ $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{4}$ de 2008

3. Copia o quadro seguinte para o teu caderno.

Faz corresponder por uma seta o enunciado à expressão numérica que o traduz.

Enunciados	Expressões Numéricas
O dobro de cinco mais um	$3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$
O produto de $\frac{2}{3}$ pela soma de $\frac{1}{2}$ com 0,1	$0{,}1 \times 0{,}01$
O produto de $\frac{1}{3}$ pelo seu inverso	$2 \times (5+1)$
O triplo de um meio ao quadrado	$\frac{1}{3} \times 3$
O quadrado do triplo de um meio	$\frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{2}+0{,}1\right)$
Uma décima de uma centésima	$\left(3 \times \frac{1}{2}\right)^2$

Exercícios e Problemas

1. Copia para o teu caderno a tabela seguinte, onde estão representados números racionais de diferentes formas, e completa-a:

Expressão	Fracção	Número decimal
$6 \div 5$	$\frac{6}{5}$	1,2
$7 \div 14$		
	$\frac{4}{10}$	
		0,5
$5 \div 2$		

2. Calcula quantos minutos são:

$\frac{3}{4}$ de hora $\frac{5}{4}$ de hora $\frac{6}{4}$ de hora

Regista os valores no teu caderno.

3. Escreve no teu caderno uma fracção equivalente a cada uma das fracções:

$\frac{4}{5}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{8}{12}$

4. Traça uma recta numérica no teu caderno.

Representa nessa recta e na forma de numeral um número:

- Compreendido entre $\frac{1}{4}$ e 0,5;
- Maior do que $\frac{5}{9}$ e menor do que $\frac{9}{10}$;
- Maior do que 0 e menor do que $\frac{2}{10}$.

5. Efectua as operações:

$$2\frac{1}{3} + 1{,}25 + \frac{3}{100}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{7}{4}$$

$$\frac{9}{4} - \frac{3}{5}$$

Regista os resultados no teu caderno.

6. Calcula o valor das seguintes expressões e regista os resultados no teu caderno:

$$1{,}25 - \frac{4}{5} + \frac{6}{10}$$

$$2\frac{1}{3} - \frac{5}{6} + 2\frac{1}{3} + 10$$

$$\frac{9}{4} - 1{,}25 + \frac{75}{100}$$

7. Calcula e regista no teu caderno:

$\frac{1}{2}$ de 24 $\quad \frac{1}{5} \times 15 \quad \frac{1}{2} \times 0{,}5$

$\frac{1}{3}$ de 36 $\quad \frac{1}{8} \times 24 \quad \frac{2}{3} \times 0{,}12$

8. Efectua os seguintes produtos e regista os resultados no teu caderno:

$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4} \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{9} \quad \frac{10}{30} \times \frac{21}{40}$

9. Copia a tabela para o teu caderno e completa-a:

X	0	0,5	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{7}{2}$
0					
0,5					
$\frac{3}{4}$					
1					
$\frac{7}{2}$					

Depois de completares a tabela, descobre qual é a propriedade da multiplicação que está evidente na tabela e regista-a no teu caderno.

10. Copia as expressões para o teu caderno e calcula os valores, aplicando a propriedade distributiva:

$$4 \times \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{5}{4}\right) \times 2$$

11. Calcula e regista os resultados no teu caderno:

$1{,}2 \times \frac{5}{6}$ $10^3 \times \frac{1}{1000}$ $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 101 \times 4^2$

$0{,}25 \times \frac{100}{25} \times 2009$ $0{,}45 \times \frac{4}{3}$

12. A Carla tem 224 rebuçados. Deu $\frac{2}{7}$ à irmã.
O que significa a expressão:

$$224 - \frac{2}{7} \times 224?$$

Calcula o valor da expressão e regista-o no teu caderno.

13. Observa o quadro com códigos.

Código secreto

D	E	I	L	M	N	O	Q	S	T	U
0,96	1	$\frac{2}{5}$	62	0	$10\frac{1}{2}$	0,75	$\frac{1}{4}$	$\frac{9}{4}$	$\frac{1}{16}$	2

Descodifica a mensagem seguinte, associando ao valor de cada expressão a letra correspondente.

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$\frac{1}{3} \times 6$

$\frac{4}{3} \times \frac{4}{5} \times \frac{15}{16}$

$2 + \frac{3}{4} \times 80$

$\frac{2}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{2}{5} \times \frac{1}{2}$

$\frac{3}{5} \times \frac{7}{2} \times 5$

$1{,}2 \times \frac{8}{10}$

$\left(\frac{1}{4} + \frac{3}{4}\right) \times \frac{3}{4}$

$0{,}25 \times 4 \times \frac{3}{4} + 0{,}25$

$\left(1 + \frac{1}{2}\right) \times \frac{3}{2}$

$\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times 3 \times \frac{1}{3}$

$75 \times 0{,}01$

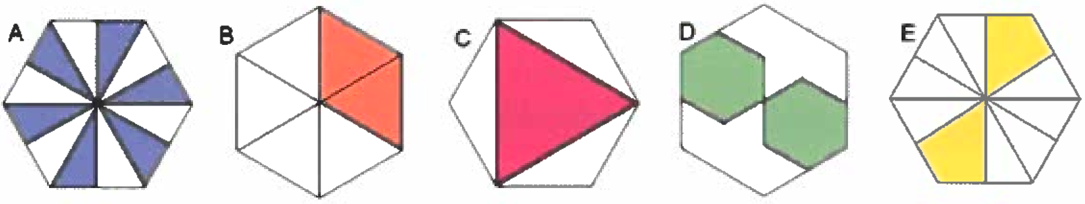
$\frac{3}{6} - \frac{1}{2} + 0 \times \frac{1}{3}$

$2 \times 0{,}25 + \frac{1}{2}$

Regista a mensagem no teu caderno.

14. Quantas garrafas de $\frac{3}{4}$ de litro se podem encher com 125 litros de sumo?
Resolve no teu caderno e escreve a resposta.

15. Observa as figuras.

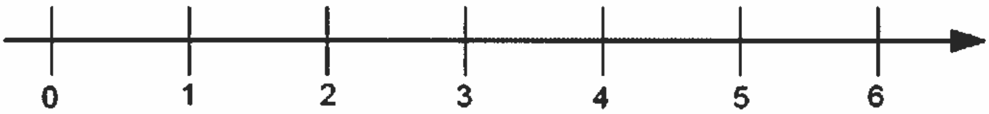


Faz corresponder a cada figura a fracção que representa a parte colorida do hexágono. Regista essas fracções no teu caderno.

Calcula, para cada figura, a área da superfície colorida, sabendo que a área do hexágono é 6ocm^2. Regista no teu caderno os valores obtidos para as áreas.

16. Desenha uma recta numérica, no teu caderno, e assinala os números:

$1\frac{1}{2}$; 0,7 ; 3,5 ; $4\frac{1}{3}$; $5\frac{3}{4}$



- Qual destes números é o menor?
- Qual destes números é o maior?
- Qual destes números é maior que 4 e menor que 5?

Regista as respostas no teu caderno.

17. Calcula metade de um terço de doze.

18. A área de um rectângulo é 28m^2.
   - Escreve, no teu caderno, três possibilidades para as dimensões do rectângulo.
   - Se o comprimento do rectângulo for igual a 7m, quais são as dimensões do rectângulo? Regista-as no teu caderno.

19. Três cães apanharam a D. Lurdes distraída e comeram o frango que ela estava a preparar para o jantar da família.

Um cão comeu a sexta parte, outro comeu metade e o outro comeu a quarta parte do frango. Será que sobrou frango?

Regista no teu caderno os cálculos que justificam a tua resposta.

20. A D. Paula foi ao mercado fazer compras e trouxe:

Meio quilo de cajamangas;

1,5 Kg de mangas;

$\frac{1}{4}$ Kg de safu.

- Quantos quilogramas de fruta trouxe a D. Paula? Apresenta os cálculos no teu caderno.
- Inventa uma situação em que tenha significado a expressão:

$$50000 - (0,5 \times 2000 + 1,5 \times 16000 + \frac{1}{4} \times 40000)$$

Regista-a no teu caderno.

Unidade 3 – TRIÂNGULOS - QUADRILÁTEROS – SIMETRIAS

Tarefa de Investigação

Observa o desenho da bandeira do teu país, onde está representado um triângulo.

Como a podes desenhar?

Investiga

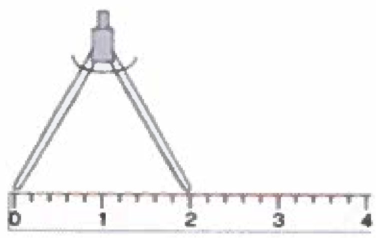
Não é só na bandeira do teu país que encontras o triângulo. Esta figura aparece em muitas coisas com que lidas no dia-a-dia. Quando estudares a história universal o teu professor vai falar-te das célebres pirâmides do Egipto, uma das sete maravilhas da Antiguidade. As faces dessas pirâmides são triângulos. Já falaste nestas pirâmides quando estudaste os sólidos geométricos no Ensino Primário e nessa altura dissemos que as suas faces eram triângulos. Também aprendeste que estas figuras têm 3 lados e 3 ângulos.

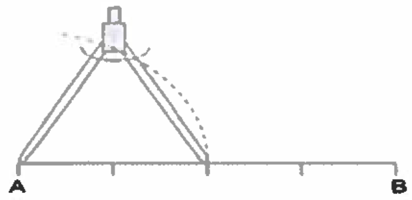
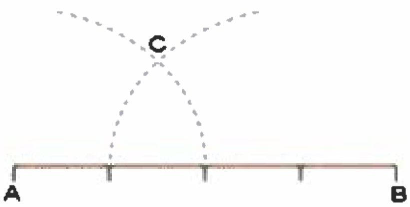
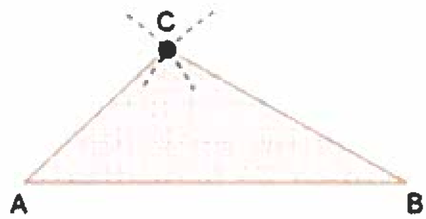
Vamos agora aprender a desenhar triângulos usando o material de desenho.

Mas, para os desenhar, identificamos 3 casos possíveis:

1.º Caso - São dados os comprimentos dos três lados:

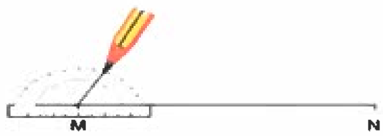
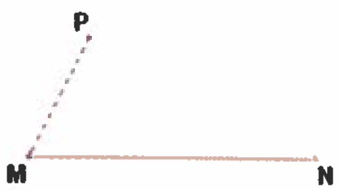
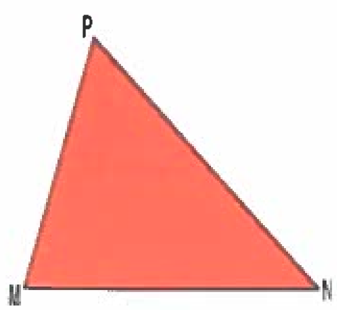
2 cm; 3cm e 4cm

Com o auxílio de uma régua traça um segmento de recta [AB] de comprimento 4cm.	
Com o compasso mede 2cm.	

Com o bico do compasso no ponto A do segmento de recta [AB] traça o arco de circunferência de raio 2cm.	
Faz o mesmo na outra extremidade B mas, agora, com 3cm de abertura no compasso. Assinala o ponto de intersecção C.	
Une os pontos A, B e C. Obténs o triângulo [ABC]	

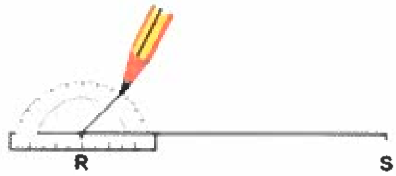
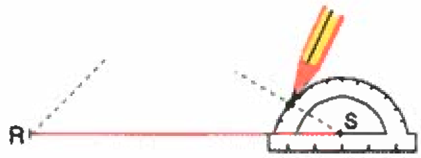
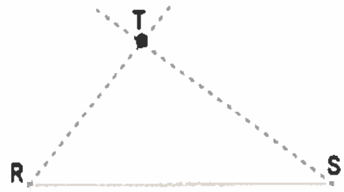
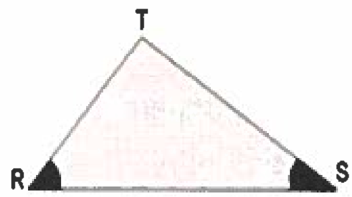
2.º Caso - São dados os comprimentos de dois lados e a amplitude do ângulo por eles formado:

$\overline{MN} = 4cm$ $\overline{MP} = 3,5cm$ $N\widehat{M}P = 60^{\circ}$

Traça o lado [MN] do triângulo, com 4cm de comprimento.	
Com o transferidor marca o ângulo de 60° com vértice em M.	
Marca o ponto P, medindo o comprimento $\overline{MP}$ na régua ou com o compasso. $\overline{MP} = 3,5cm$	
Une os pontos M, N e P. Obténs o triângulo [MNP]	

3.º Caso - São dados os comprimentos de um lado e a amplitude dos ângulos adjacentes a esse lado.

$\overline{RS} = 4cm$ $\widehat{SRT} = 45^o$ $\widehat{RST} = 30^o$

Começa por desenhar o segmento de recta [RS] com 4cm	
Com o transferidor marca o ângulo SRT de modo que $\widehat{SRT}$=45°.	
Com o transferidor marca o ângulo RST de modo que $\widehat{RST}$=30°.	
Prolonga as semi-rectas com origem em R e S até que se encontrem. No ponto de intersecção escreve T.	
Une os pontos e obténs o triângulo [RST].	

Informação

Podemos dizer que os ângulos R e S no triângulo do caso anterior dizem-se **adjacentes** ao lado [RS] porque ficam junto a esse lado.

Agora já te encontras apto a desenhar a tua bandeira. **Experimenta!**

Relação entre os comprimentos dos lados de um triângulo

Tarefa de Investigação

Com palhinhas de refresco vais tentar construir os triângulos com as medidas indicadas nas situações descritas a seguir. Corta as palhinhas de acordo com os comprimentos indicados na tabela:

Situação \ Comprimento das palhinhas (cm)	a	b	c
1.ª	10	5	3
2.ª	10	4	6
3.ª	10	5	8
4.ª	10	3	8
5.ª	10	1	2

Que concluíste?

Regista no teu caderno as conclusões.

Investiga

Será possível construir um triângulo em que as medidas dos comprimentos dos lados, em cm, sejam:

- 15; 7,5 e 7,5?
- 50,6; 40,5 e 16?
- 200; 100 e 180?

Informação

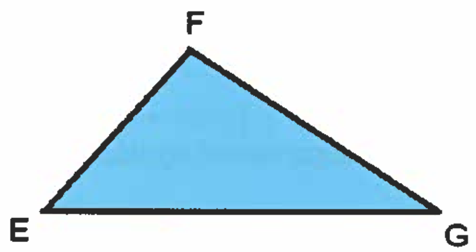
Num triângulo qualquer, o comprimento de qualquer lado é menor que a soma dos comprimentos dos outros dois lados.

Exercícios

1. Os comprimentos de dois lados de um triângulo são 13cm e 20cm. De entre os valores seguintes selecciona aqueles que poderão ser os comprimentos do terceiro lado do triângulo.

18cm; 8cm; 5cm; 32cm; 7cm

2. Mede, com uma régua, os comprimentos dos lados do triângulo [EFG].



Desenha, no teu caderno, um triângulo que tenha o mesmo perímetro deste, mas que não seja geometricamente igual a ele.

Classificação de Triângulos

Como sabes, os triângulos classificam-se quanto aos lados e quanto aos ângulos.

Quanto aos lados os triângulos podem ser:

- Equiláteros
- Isósceles
- Escalenos

Quanto aos ângulos os triângulos classificam-se em:

- Acutângulos
- Rectângulos
- Obtusângulos

Exercícios

1. Constrói, no teu caderno, os triângulos com as dimensões seguintes e classifica-os quanto aos ângulos e quanto aos lados:

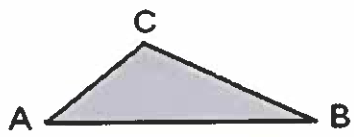
Triângulo [ABC]	Triângulo [DEF]
$\overline{AB} = 4.5cm$ $B\hat{A}C = 60°$ $A\hat{B}C = 60°$	$\overline{DE} = 5cm$ $\overline{DF} = 3cm$ $F\hat{D}E = 120°$
Triângulo [GHI]	**Triângulo [JLM]**
$\overline{GH} = 3.5cm$ $\overline{GI} = 4cm$ $I\hat{G}H = 90°$	$\overline{JM} = 4cm$ $L\hat{J}M = 55°$ $L\hat{M}J = 55°$

Altura do triângulo

Tarefa de Investigação

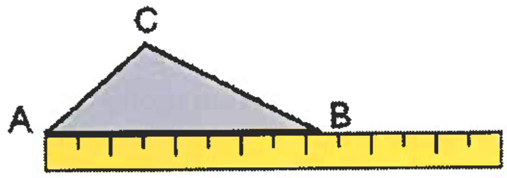
Desenha um triângulo [ABC]

Qual é a altura desse triângulo?

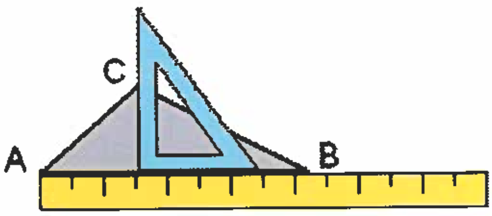


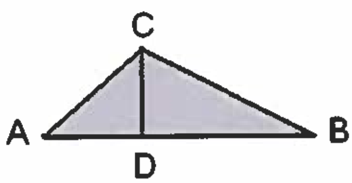
Investiga

Encosta uma régua a um dos lados do triângulo, por exemplo ao lado [AB].



Coloca o esquadro perpendicular à régua, de modo a poderes traçar a linha [CD] e traça-a.





[CD] é a altura do triângulo [ABC] relativamente à base [AB].

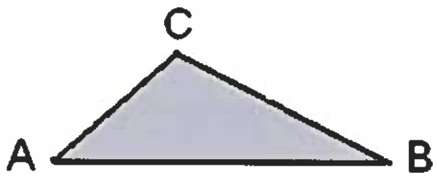
Podes proceder da mesma forma em relação aos outros dois lados do triângulo. Traça as alturas relativas a cada um dos lados.

Informação

A altura de um triângulo, relativamente a um lado ou à base, mede-se na perpendicular traçada do vértice oposto ao lado para esse lado.

Exercícios

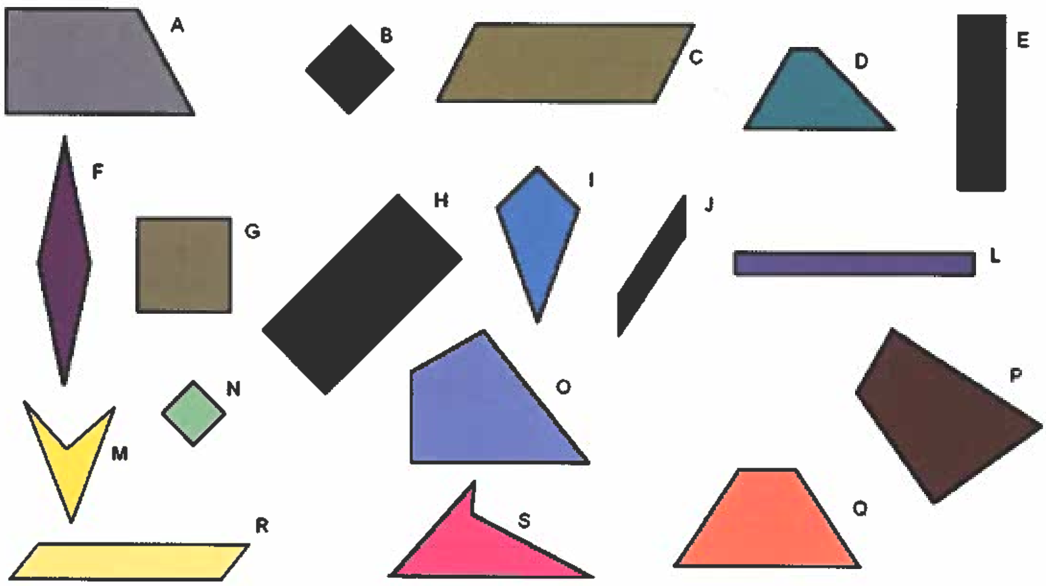
1. Na figura seguinte está representado um triângulo [ABC].



Copia-o para o teu caderno e traça a altura relativamente à base [AB]. Mede o comprimento da linha que traçaste (altura) e regista-o no teu caderno.

Quadriláteros

No painel seguinte estão representados diferentes quadriláteros.



Actividade

- Identifica os quadriláteros que **não têm lados paralelos**. Esses quadriláteros designam-se por **não trapézios**. São I, M, O, S e P

- Identifica os quadriláteros que têm lados paralelos. Desses **quadriláteros** identifica os que têm **pelo menos um par de lados paralelos**. Esses quadriláteros designam-se por **trapézios**.

No conjunto dos **trapézios** ainda podes distinguir entre os que têm **só dois lados paralelos**, que são os trapézios A, D, Q e os que têm os **4 lados paralelos dois a dois**. Estes quadriláteros designam-se por **paralelogramos**.

No conjunto dos paralelogramos podemos considerar:

- Os que não têm os 4 ângulos rectos. Designam-se por **paralelogramos não rectângulos** e são C, F, J e R.
- O quadrilátero F, porque tem os lados geometricamente iguais é um **losango**.

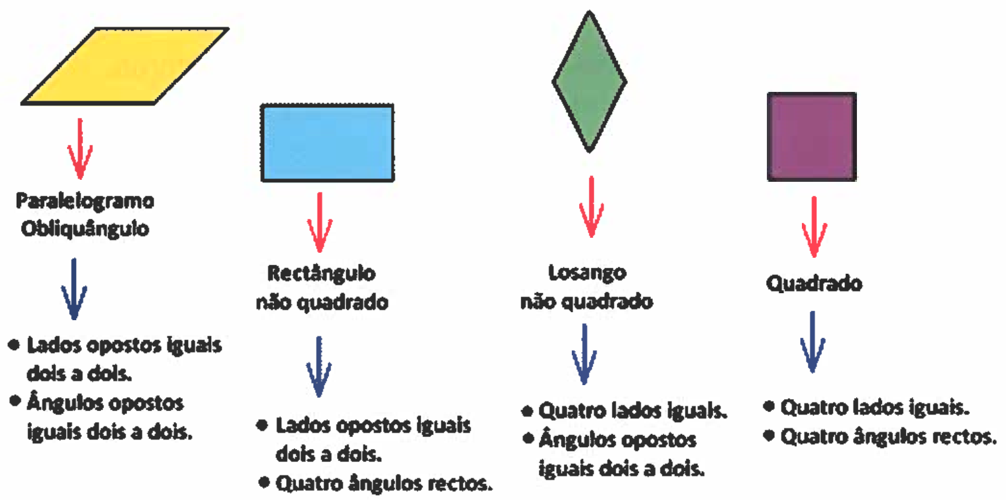
Todos os outros são **paralelogramos rectângulos**:

B, E, G, H, L e N, porque têm os 4 ângulos rectos.

No conjunto dos **paralelogramos rectângulos** ainda podemos considerar os que têm os 4 lados geometricamente iguais, os **quadrados** B, G e N; e os que têm os lados geometricamente iguais dois a dois, que são os **rectângulos** E, H e L.

Paralelogramos

Observa a classificação para os paralelogramos:



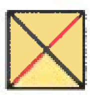
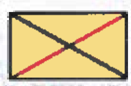
Investiga

Um quadrado é um rectângulo?

Um quadrado é um losango?

Diagonais dos paralelogramos

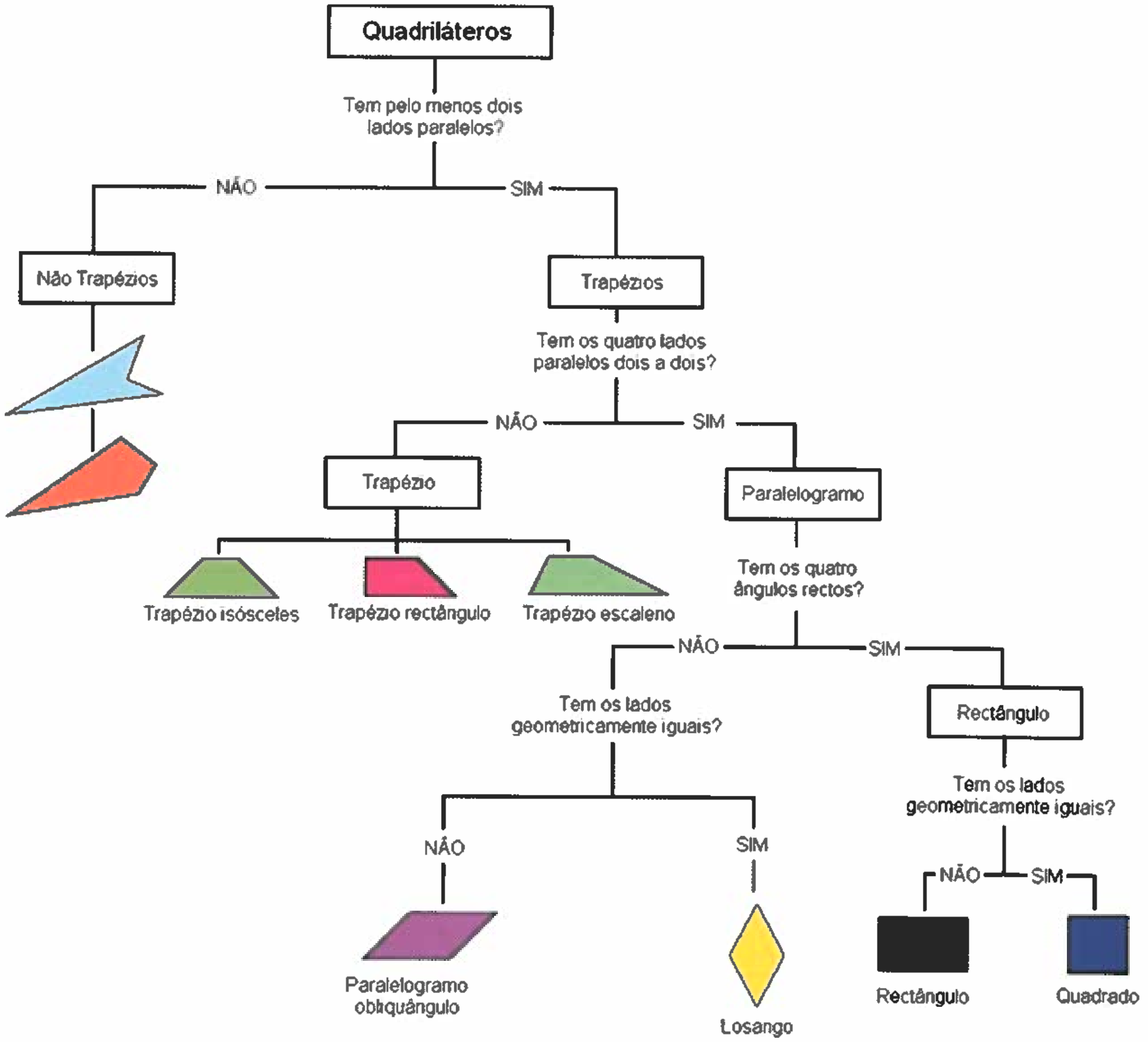
Vamos traçar as diagonais de alguns paralelogramos e caracterizá-las:

Paralelogramo	Diagonais
Quadrado 	- são perpendiculares - bissectam-se - têm igual comprimento
Losango 	- são perpendiculares - bissectam-se
Rectângulo 	- têm igual comprimento - bissectam-se
Paralelogramo Obliquângulo 	- bissectam-se

Informação

Uma Diagonal de um paralelogramo é o segmento de recta que une dois vértices opostos.
Os paralelogramos têm duas diagonais mas nem sempre são geometricamente iguais.

Para melhor sistematização da tua aprendizagem sobre este tema vamos apresentar um quadro com a classificação dos quadriláteros.



Podes agora responder às perguntas iniciais.

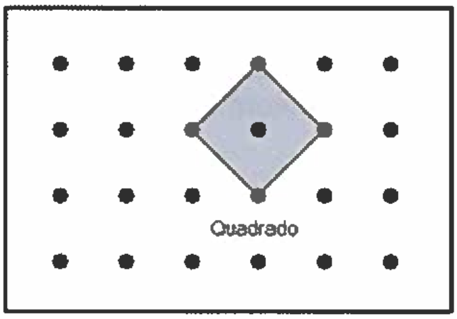
Um **<u>quadrado é um rectângulo</u>** mas um quadrado **<u>não é um losango</u>**.

Exercícios

1. Em papel ponteado, idêntico ao que se encontra no final do Manual, ou no quadriculado do teu caderno desenha os seguintes quadriláteros:

1 quadrado, 1 losango, 1 trapézio isósceles, 1 paralelogramo obliquângulo, 1 rectângulo e 1 trapézio.

Faz a legenda, como na figura.



2. Na pavimentação seguinte estão representados vários quadriláteros. Para cada cor identifica o quadrilátero.

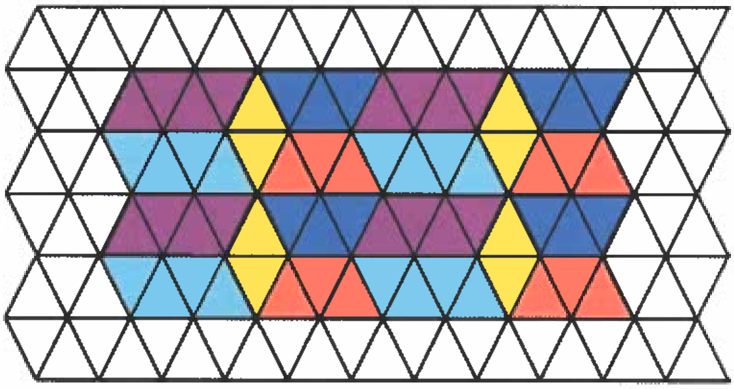
Azul escuro ______________

Azul claro ______________

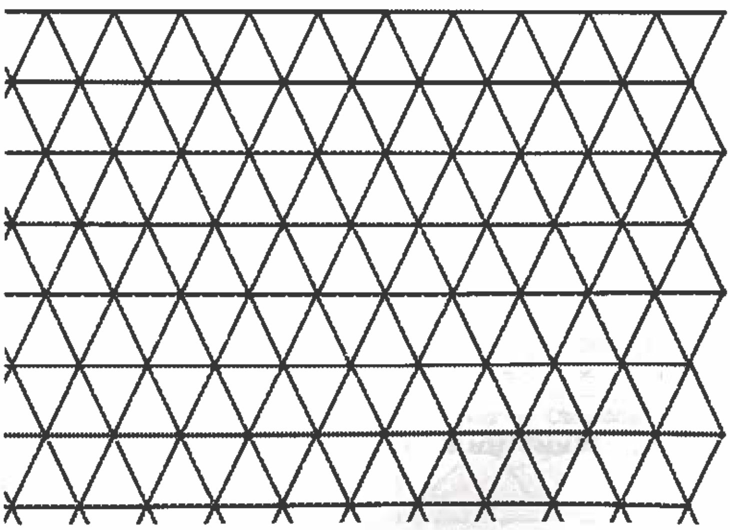
Rosa ______________

Castanho ______________

Amarelo ______________



3. Faz tu uma pavimentação, usando quadriláteros. Usa papel idêntico ao do desenho, que se encontra no final do Manual.



Simetria em relação a uma recta

Tarefa de Investigação

Observa as figuras. Identifica as que são simétricas relativamente à linha vermelha.

Como podes saber quais são?

Fig. 1

Fig. 2

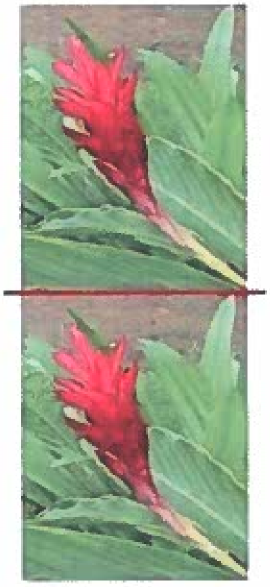


Fig. 3

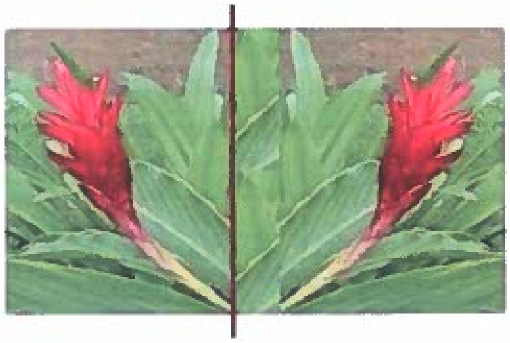
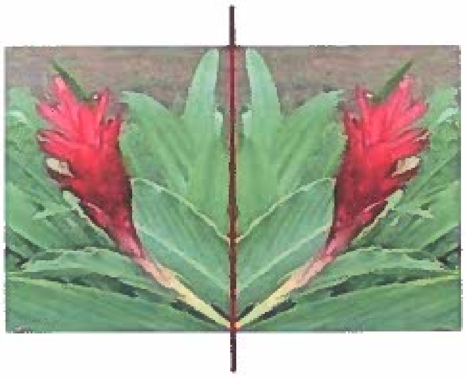


Fig. 4

Fig. 5



Investiga

Já aprendeste em anos anteriores como identificar figuras simétricas em relação a uma recta, recorrendo ao papel quadriculado para as desenhar.

Este papel ajuda também a identificar as figuras que não são simétricas relativamente a uma recta.

Vamos analisar alguns exemplos.

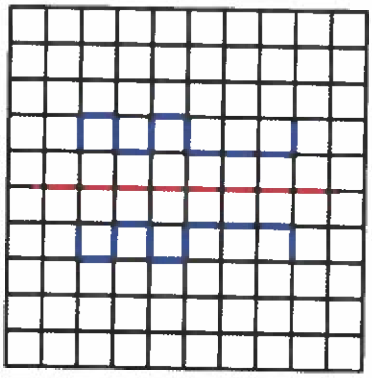


Fig. A

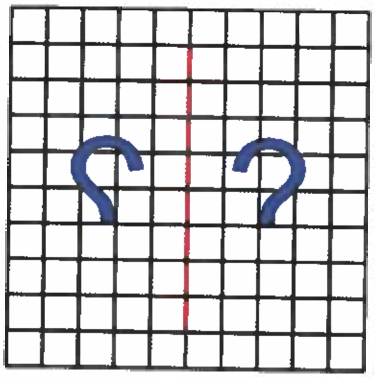


Fig. D

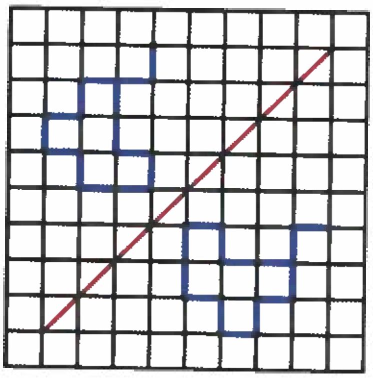


Fig. B

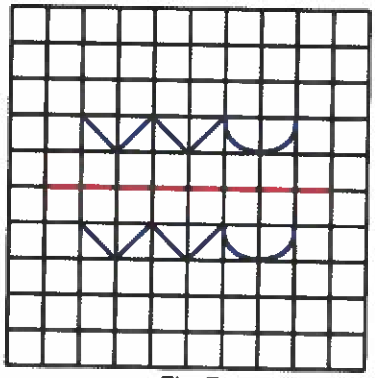


Fig. E

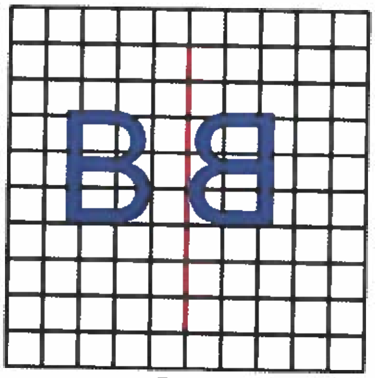


Fig. C

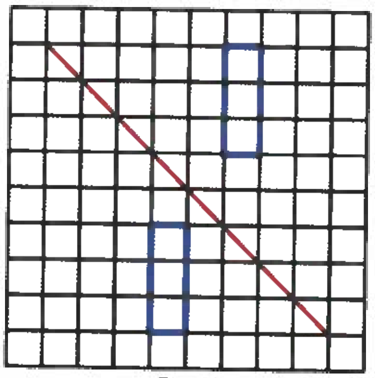


Fig. F

Figuras simétricas em relação à recta vermelha: **fig. A, fig. B e fig. D.**

Figuras não simétricas em relação à recta vermelha: **fig. C, fig. E e fig. F.**

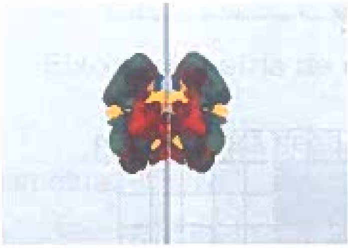
Para verificares se as figuras da tarefa inicial são simétricas em relação a uma recta podes decalcar as figuras com papel vegetal e dobrar pela recta. As figuras ficam sobrepostas quando são simétricas em relação a essa recta.

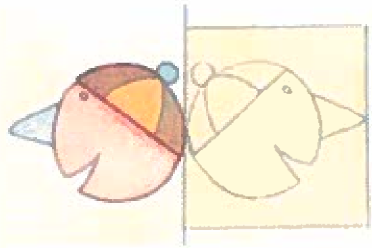
Para obter figuras simétricas podemos usar uma folha de papel e tinta, o papel vegetal ou ainda um espelho.

No primeiro caso dobra-se a folha com tinta fresca e vinca-se. Ao abrir o papel obtêm-se duas figuras simétricas em relação à marca da dobra.

No segundo caso, desenha-se uma figura numa folha e constrói-se a figura simétrica por decalque, usando o papel vegetal.

No terceiro caso, desenha-se uma figura numa folha. Em seguida, coloca-se um espelho perpendicular à folha de papel e sobre a figura e vamo-lo deslocando até obtemos uma figura simétrica à dada. Traçamos o eixo de simetria que coincide com a posição do espelho na folha.





Após teres realizado todas as actividades que te propusemos, estás em condições de responder à pergunta da tarefa.

Concluis assim que apenas as figuras 1 e 5 da tarefa são simétricas em relação a uma recta vermelha.

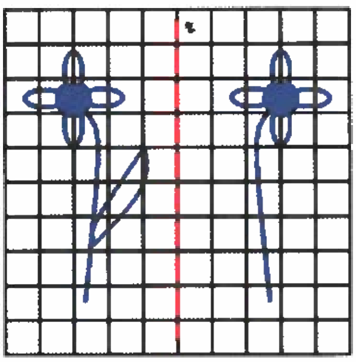
Informação

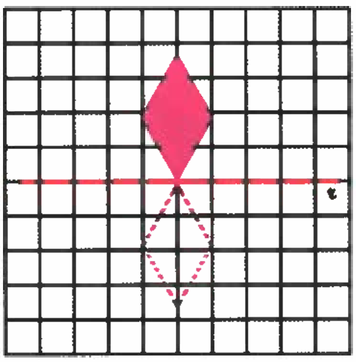
Duas figuras simétricas são geometricamente iguais.

Dois pontos simétricos estão à mesma distância do eixo de simetria.

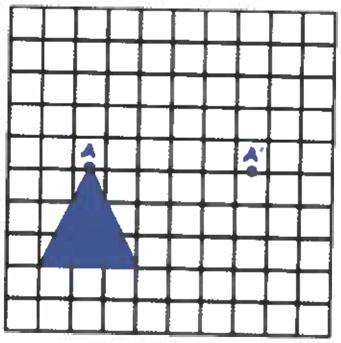
Exercícios

1. Completa as figuras de modo a que sejam simétricas relativamente à recta dada.

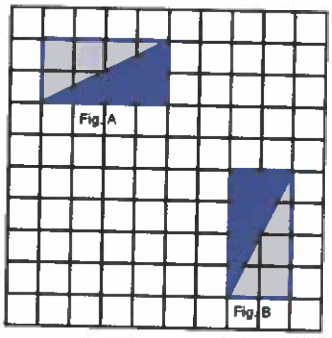




2. Na figura, o ponto A' é simétrico do ponto A.
Desenha o eixo de simetria e o resto da figura.



3. As figuras A e B são simétricas uma da outra.
Procura o eixo de simetria e desenha-o.



4. Pensa e responde às seguintes perguntas:

- Uma figura tem de área $9cm^2$. Qual é a área da figura simétrica a essa, relativamente a uma recta?
- Um segmento de recta tem de comprimento 5cm. Qual é o comprimento do segmento de recta que lhe é simétrico?
- Um ponto dista do eixo de simetria 3cm. Qual é a distância do seu simétrico relativamente ao eixo de simetria?

Eixos de simetria de uma figura

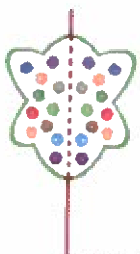
Há figuras que têm um ou mais eixos de simetria. Outras não têm qualquer eixo de simetria.

Já estudaste este assunto em anos anteriores. Recorda agora o que aprendeste.

A simetria na Natureza

Procura no meio que te rodeia plantas, animais ou outros elementos da natureza com eixos de simetria.

Exemplo:

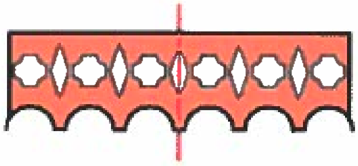

1 eixo


1 eixo

A simetria na arte

1 eixo

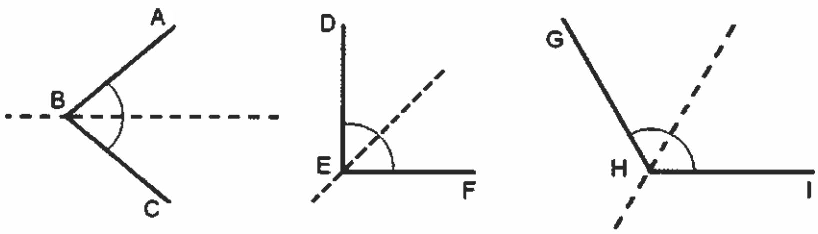
4 eixos



1 eixo

Eixo de simetria de um ângulo

Nas figuras seguintes estão representados ângulos e os respectivos eixos de simetria.



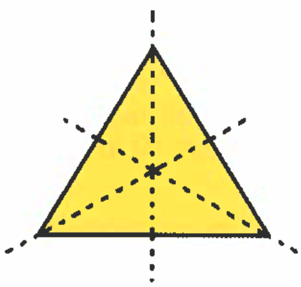
Se traçares as bissectrizes dos ângulos representados verificas que elas estão contidas no eixo de simetria e são semi-rectas com origem no vértice do ângulo.

Informação

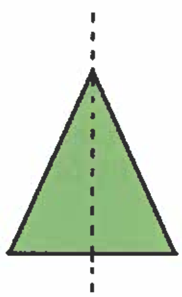
Qualquer ângulo não nulo tem um eixo de simetria.

A bissectriz de um ângulo divide o ângulo em dois ângulos geometricamente iguais.

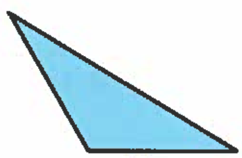
Eixos de simetria no triângulo



O triângulo equilátero tem 3 eixos de simetria

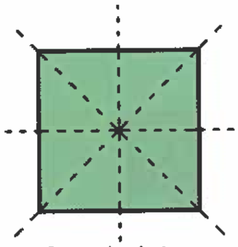


O triângulo isósceles tem 1 eixo de simetria

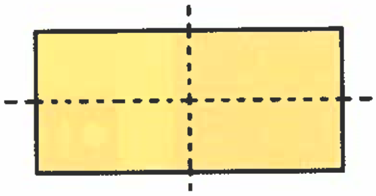


O triângulo escaleno não tem eixos de simetria

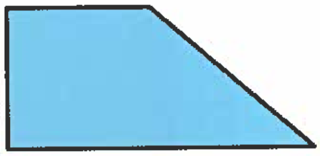
Eixos de simetria nos quadriláteros



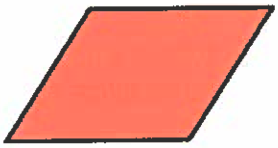
O quadrado tem
4 eixos de simetria



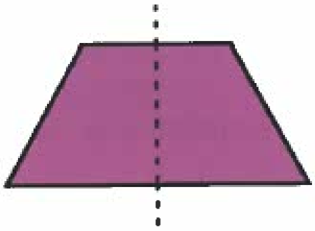
O rectângulo tem
2 eixos de simetria



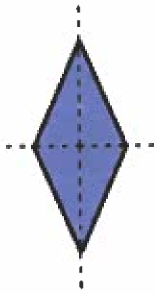
O trapézio rectângulo
não tem eixos de simetria



O paralelogramo não tem
eixos de simetria



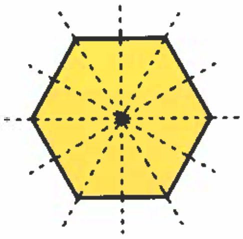
O trapézio isósceles tem
1 eixo de simetria



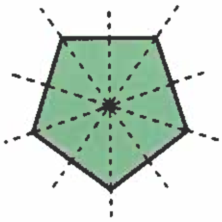
O losango tem
2 eixos de simetria

Eixos de simetria em outros polígonos

Os polígonos regulares têm eixos de simetria. Observa os exemplos.



6 eixos de simetria



5 eixos de simetria

Exercícios

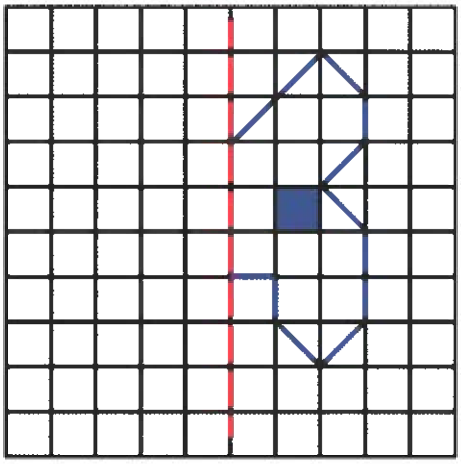
1. Desenha, no teu caderno, o ângulo ABC de modo que $A\hat{B}C = 60°$ e T seja um ponto da bissectriz.

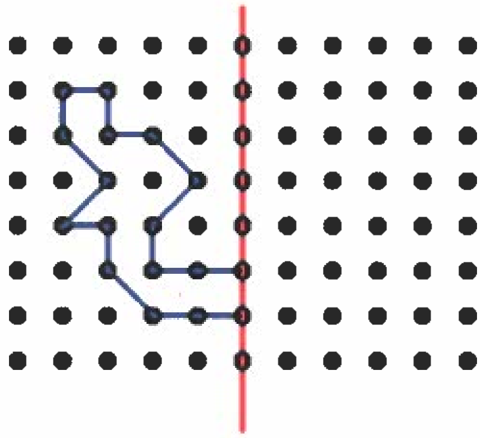
Qual é a amplitude do ângulo $A\hat{B}T$?

2. Quantos eixos de simetria tem um polígono regular com 10 lados?

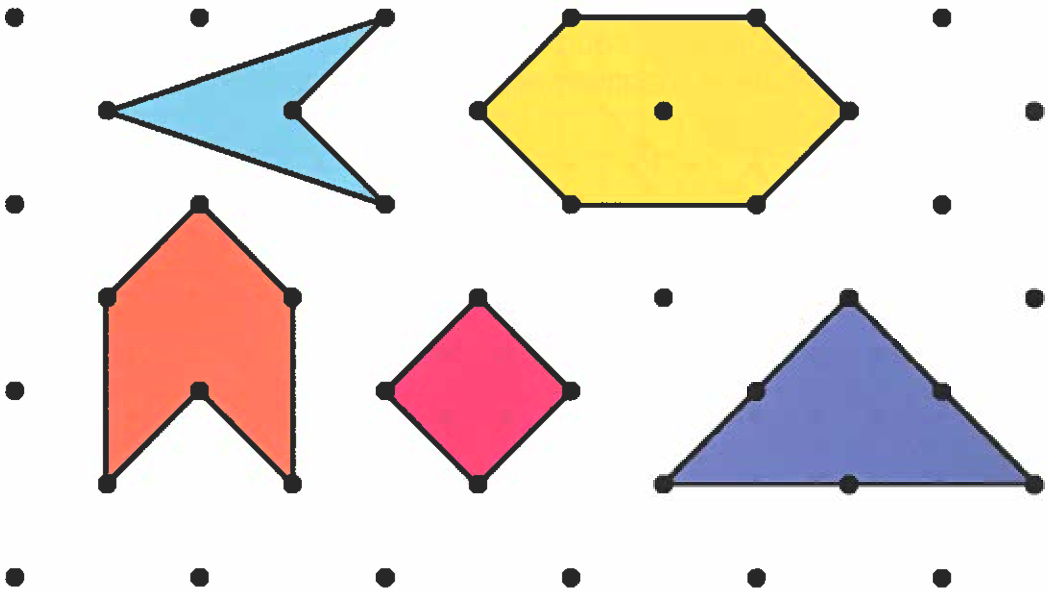
3. Desenha um círculo, no teu caderno, e diz quantos eixos de simetria tem.

4. Completa as figuras, sabendo que as linhas a vermelho são eixos de simetria.





5. Traça os eixos de simetria de cada uma das figuras seguintes.

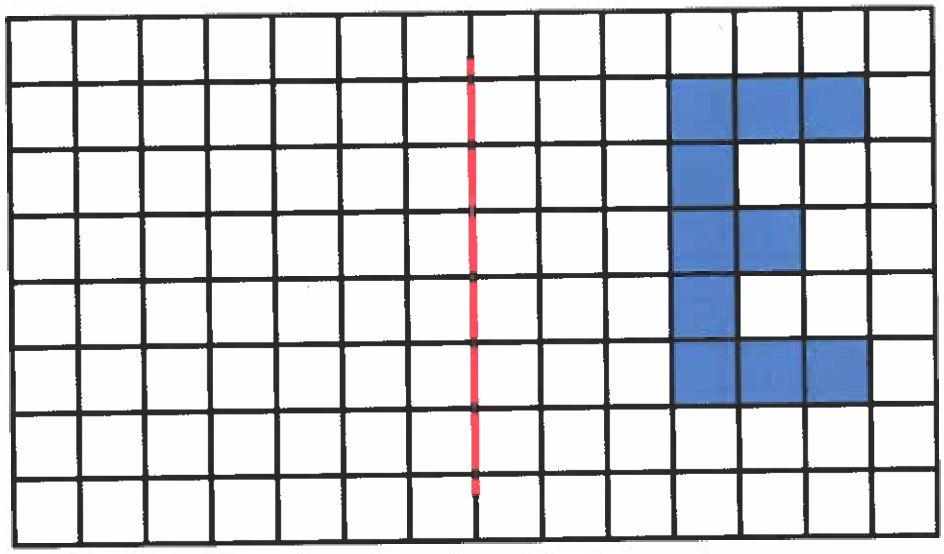


Exercícios e Problemas

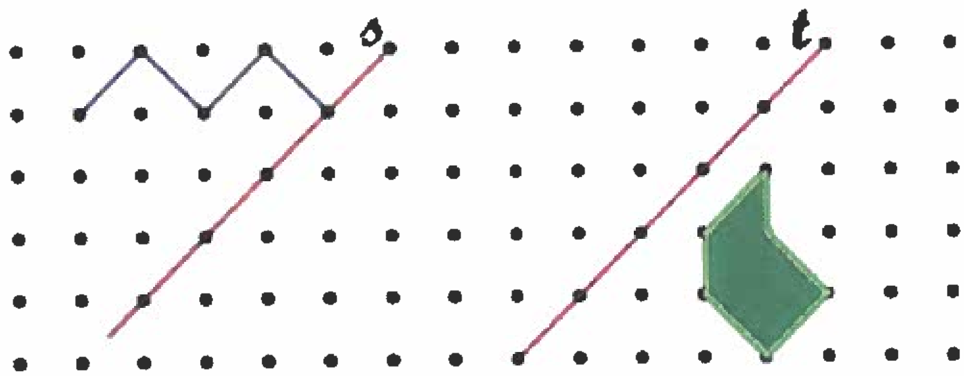
1. Qual é o paralelogramo que tem 4 lados geometricamente iguais e as diagonais diferentes?

2. Quais são os quadriláteros que têm as duas diagonais geometricamente iguais?

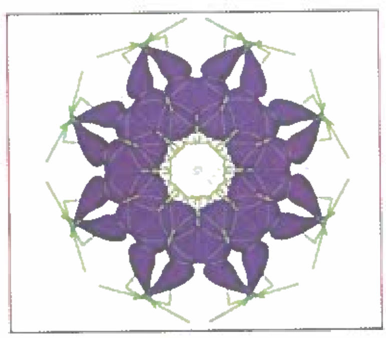
3. Usando papel quadriculado, copia o desenho e representa a figura simétrica relativamente à recta assinalada.



4. Desenha, no papel ponteado que podes encontrar no final do teu Manual, as figuras simétricas às dadas, relativamente às rectas vermelhas.



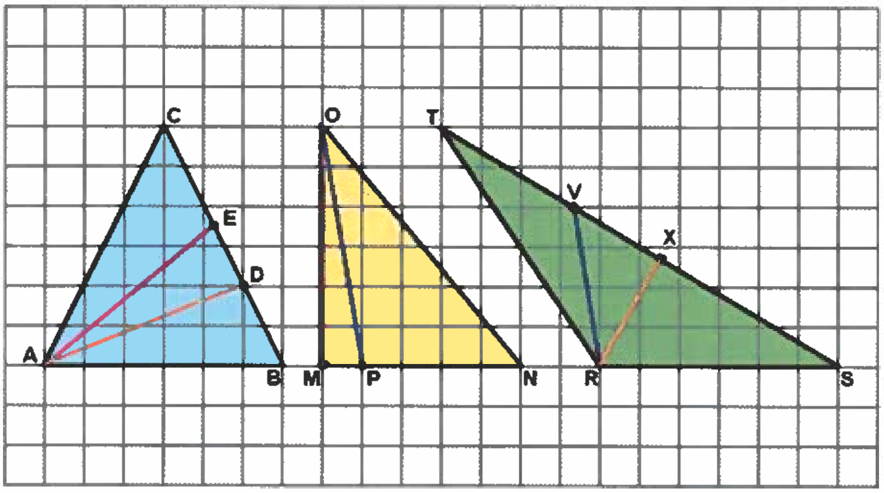
5. As figuras seguintes têm eixos de simetria? Se sim, quantos tem cada figura?



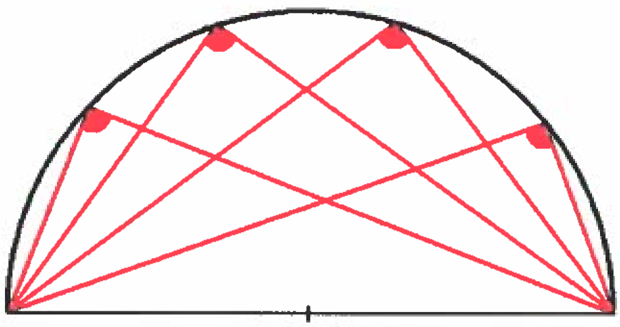
6. Desenha, no teu caderno, um quadrilátero que tenha diagonais com 6cm e 4cm, sejam perpendiculares e se bissectem.

7. Para cada um dos triângulos, desenhados em baixo, diz qual dos segmentos de recta assinalados a cor representa a altura e a base a que essa altura se refere, completando uma tabela do tipo:

Triângulo	Altura	Base
[ABC]		
[MNO]		
[RST]		



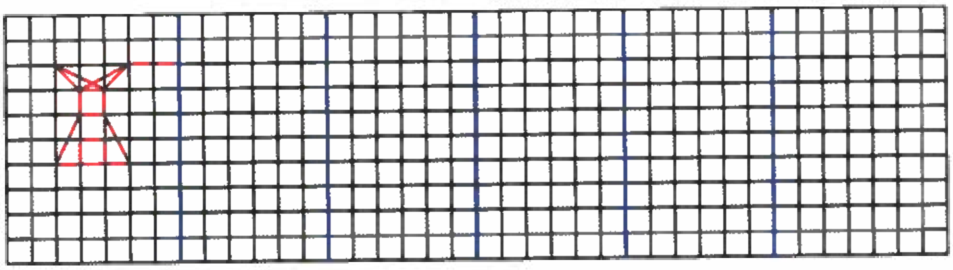
8. Observa o semicírculo e os 4 triângulos desenhados, em que um dos lados é o diâmetro do semicírculo.

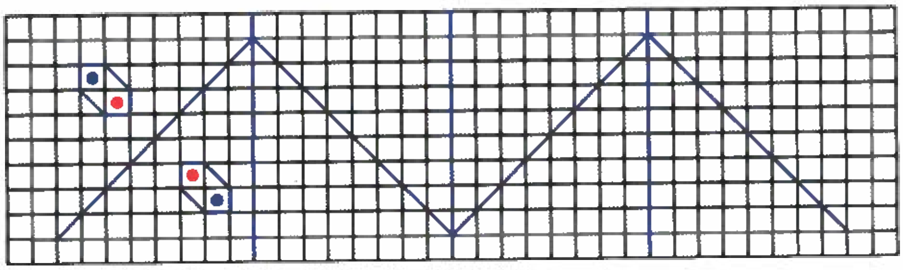


Com o transferidor mede os ângulos de cada um dos triângulos e regista esses valores no teu caderno. Aconteceu algo de especial? Comenta.

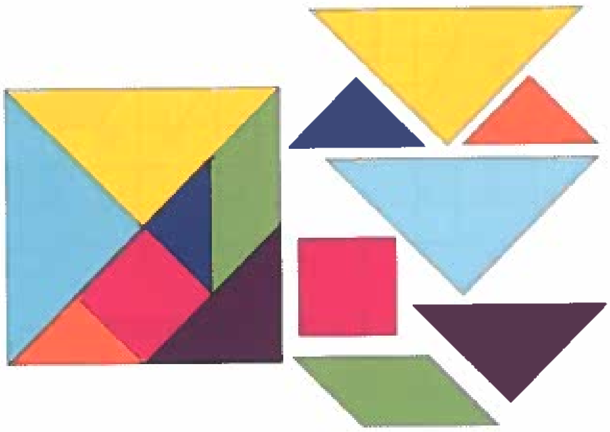
9. Um triângulo isósceles [ABC] tem de perímetro 13cm. Sabendo que $\overline{AB}$=5cm, desenha o triângulo, no teu caderno, e traça a altura relativamente à base [AB].

10. Copia para o teu caderno e completa os frisos seguintes, considerando as linhas azuis como eixos de simetria.





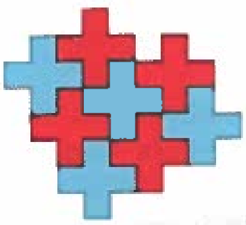
11. Como sabes, o Tangram é um puzzle constituído por 7 peças justapostas como as da figura:



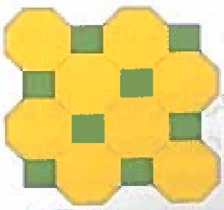
Pensa e responde. Se tiveres o teu Tangram podes experimentar a construir as figuras para dares as respostas.

- Com dois triângulos grandes, que quadriláteros podes formar?
- Com o triângulo médio e os dois triângulos pequenos, que quadriláteros podes formar?

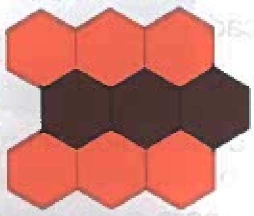
12. Observa as pavimentações. Como sabes, numa pavimentação toda a superfície fica preenchida.



Pavimentação com um dodecágono

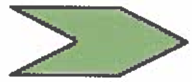


Pavimentação com um octógono e um quadrado

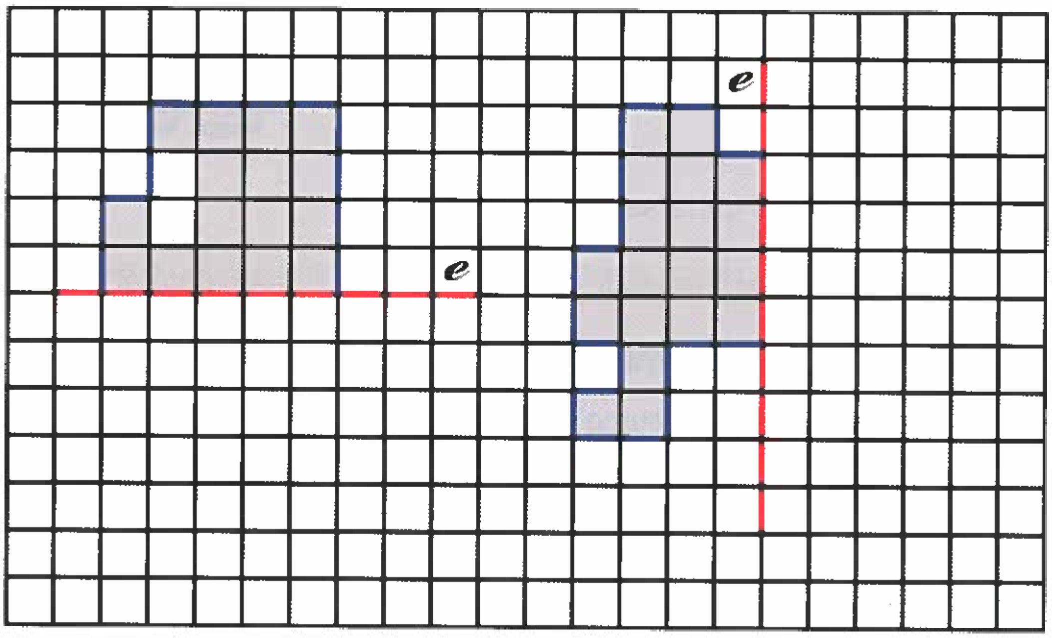


Pavimentação com um hexágono

- Em folha de papel quadriculado faz pavimentações a teu gosto.
- Faz uma pavimentação, utilizando a figura seguinte.



13. As figuras seguintes estão incompletas. Copia-as para o quadriculado do teu caderno e completa-as, sabendo que as linhas vermelhas são eixos de simetria. Calcula os perímetros das figuras completas.



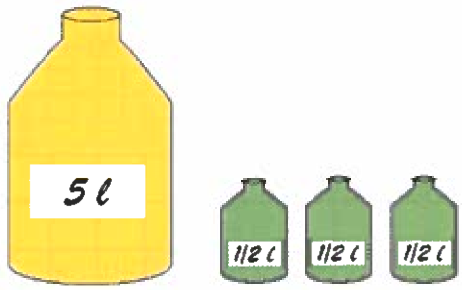
Unidade 4 - DIVISÃO – DIVISÃO DE NÚMEROS RACIONAIS

Determinação do quociente de dois números racionais

1.º Caso – Dividir um número natural por um número fraccionário.

A água de um garrafão de 5 litros foi distribuída por garrafas de $\frac{1}{2}$ litro cada. Quantas garrafas se encheram?

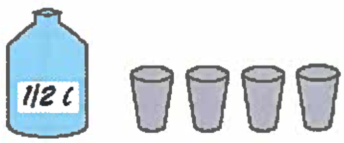
$5 : \frac{1}{2} = 10$ é o mesmo que $5 \times 2 = 10$



Encheram-se 10 garrafas.

2.º Caso – Dividir um número fraccionário por um número natural.

O sumo de uma garrafa de $\frac{1}{2}$ litro foi distribuído igualmente por 4 copos. Que quantidade de sumo tem cada copo?



$\frac{1}{2} : 4 = \frac{1}{8}$ é o mesmo que $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

Cada copo tem $\frac{1}{8}$ de litro de sumo.

3.º Caso – Divisão de dois números fraccionários

O sumo de uma garrafa de $\frac{1}{2}$ litro foi distribuído igualmente por dois copos de $\frac{1}{4}$ de litro cada.

$\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 2$ é o mesmo que $\frac{1}{2} \times 4 = 2$

Encheram-se dois copos.

Informação

Para dividir dois números racionais, diferentes de zero, multiplica-se o dividendo pelo inverso do divisor.

Exemplo:

$$\frac{4}{7} : \frac{3}{9} = \frac{4}{7} \times \frac{9}{3}$$
$$= \frac{36}{21}$$

Casos particulares

1 - Dividendo e divisor iguais, diferentes de zero.

$$\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = 1$$

O quociente de dois quaisquer números racionais iguais, diferentes de zero, é 1.

2 - Dividendo qualquer número e divisor 1.

$$\frac{3}{5} : 1 = \frac{3}{5}$$

O quociente de um número racional qualquer e da unidade 1 é o próprio número.

Exercícios

1. Calcula:

$5 : \frac{1}{3}$; $\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$; $\frac{1}{6} : 1$; $\frac{1}{3} : \frac{1}{3}$

2. Calcula:

$2 : \frac{1}{1000}$; $\frac{1}{4} : \frac{1}{100}$; $\frac{3}{5} : \frac{1}{10}$; $1 : \frac{1}{100}$

Multiplicar ou dividir pelo mesmo número diferente de zero.

Tarefa de Investigação

Observa a tabela:

Dividendo	Divisor	Quociente
20	2	10
20 x 4	2 x 4	10
20 : 4	2 : 4	10
$20 : \frac{1}{2}$	$2 : \frac{1}{2}$	10
$20 \times \frac{1}{2}$	$2 \times \frac{1}{2}$	10

Repara que o quociente obtido foi sempre o mesmo. Será um acaso?

Investiga

Calcula os quocientes e discute os resultados obtidos com os teus colegas.

$$20 : 5 =$$
$$(20 \times 0{,}5) : (5 : 0{,}5) =$$
$$\left(20 : \frac{1}{2}\right) : \left(5 : \frac{1}{2}\right) =$$

Mais uma vez obtiveste o mesmo quociente em todas as divisões, neste caso 4.

Informação

Se multiplicarmos ou dividirmos o dividendo e o divisor pelo mesmo número, diferente de zero, o quociente não se altera.

Identifica, numa recta numérica, os pontos que correspondem aos seguintes números racionais:

- *o quociente de* 1 *por* 2.
- *o quociente de* 1 *por* $\frac{1}{2}$
- (1:5):(1:5)
- (1:5):(3:5)
- $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$
- 0,5
- $\frac{2}{3} : 1$

Traça, no teu caderno, uma recta como a seguinte e marca esses pontos.

Exercícios

1. Descobre o número que falta em cada operação, de forma que o resultado seja sempre igual a 1.

$3{,}5 : \_\_$ $\qquad \_\_ \times \frac{1}{2}$ $\qquad \_\_ - \frac{1}{3}$

$4 \times \_\_$ $\qquad \frac{1}{4} + \_\_$ $\qquad \_\_ : \frac{100}{131}$

2. Calcula:

$\left(\frac{1}{4} : 3\right) : \left(\frac{2}{4} : 3\right)$ $\qquad \left(\frac{2}{3} \times \frac{1}{5}\right) \times \left(\frac{3}{4} \times \frac{1}{5}\right)$

$\left(\frac{1}{2} \times 1\right) : \left(\frac{1}{2} \times 1\right)$ $\qquad \left(2 : \frac{1}{3}\right) : \left(2 : \frac{1}{2}\right)$

Expressões Numéricas e Problemas

Tarefa de Investigação

O Alberto e o David compraram 24 litros de sumo de papaia e 24 litros de sumo de manga, para consumirem numa festa de carnaval que estão a organizar.

O sumo de papaia foi distribuído por copos de $\frac{1}{2}$ litro cada e o sumo de manga foi distribuído por copos de $\frac{1}{4}$ de litro cada.

Será que sobrou alguma quantidade de sumo, sabendo que os copos distribuídos na festa pelo Alberto e pelo David ficaram sempre cheios? Quantos copos de cada tipo foram necessários?

Investiga

Vamos escrever uma expressão que traduza a forma como o Alberto e o David distribuíram os sumos pelos dois tipos de copos.

copos de $\frac{1}{2}$ l $\qquad$ $24 : \frac{1}{2}$

copos de $\frac{1}{4}$ l $\qquad$ $24 : \frac{1}{4}$

copos dos dois tipos $24 : \frac{1}{4} + 24 : \frac{1}{4} =$

$= 48 + 96 =$

$= 144$

Foram necessários 144 copos para encher com os sumos, sendo 48 para o sumo de papaia e 96 para o sumo de manga, não tendo sobrado nada.

Podes ainda saber quantos copos a mais foram necessários para beber o sumo de manga do que o sumo de papaia, que se traduz da seguinte forma:

$$24 : \frac{1}{4} - 24 : \frac{1}{2} =$$
$$= 96 - 48$$
$$= 48$$

Foram necessários mais 48 copos para encher com o sumo de manga do que com o sumo de papaia.

Repara que nos cálculos que efectuámos tanto faz ter

$\left(24 : \frac{1}{2}\right) + \left(24 : \frac{1}{4}\right)$ *como* $24 : \frac{1}{2} + 24 : \frac{1}{4}$

assim como $24 : \frac{1}{4} - 24 : \frac{1}{2}$ ou $\left(24 : \frac{1}{4}\right) - \left(24 : \frac{1}{2}\right)$.

Informação

A divisão tem prioridade relativamente à adição e à subtracção, por isso podemos usar ou não parênteses para assinalar os cálculos com essas operações.

Como verificaste há regras para calcular os valores das operações contidas em expressões numéricas. Vamos aprendê-las!

Por exemplo:

$$\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2\frac{3^2}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right) : 2 =$$
$$= \frac{9}{4} + 2 \times \frac{9}{2} : \left(1 - \frac{1}{2}\right) : 2 =$$
$$= \frac{9}{4} + 2 \times \frac{9}{2} : \frac{1}{2} : 2 =$$
$$= \frac{9}{4} + 9 : \frac{1}{2} : 2 =$$
$$= \frac{9}{4} + 18 : 2 =$$
$$= \frac{9}{4} + 9 =$$
$$= \frac{45}{4} =$$
$$= 11\frac{3}{4}$$

Informação

No cálculo de uma expressão numérica, primeiro calculam-se as potências, depois efectuam-se as operações dentro de parênteses, em seguida efectuam-se as operações de multiplicação e divisão pela ordem indicada e por último efectuam-se as operações de adição e subtracção pela ordem indicada.

Exercícios

1. Calcula:

$20 : \frac{2}{3} + 30 : \frac{5}{3}$ $\qquad$ $10 : \frac{1}{2} \times 2$

$20 : \frac{4}{2^2}$ $\qquad$ $10 : \left(\frac{1}{2} \times 2\right)$

$5 : \frac{2}{3} : 2$ $\qquad$ $5 : \left(\frac{2}{3} : 2\right)$

$3 : \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2$ $\qquad$ $\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} : 2$

2. Calcula:

$1 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} : 2$

$\left(\frac{9}{2} : 4\right) \times \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{2}\right)$

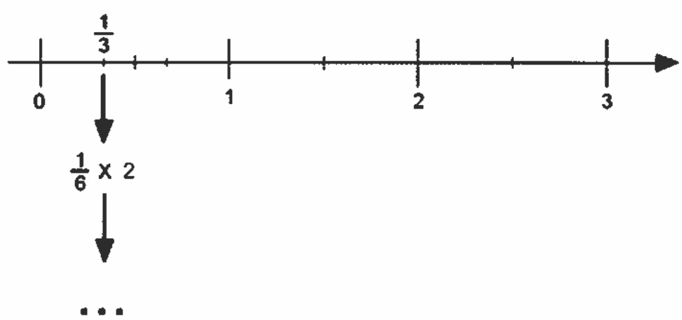
Encontraste alguma particularidade nos resultados?

3. Calcula:

$0 : \frac{1}{2}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} : 0$

Encontraste alguma dificuldade? Discute os resultados com os teus colegas.

4. Traça no teu caderno uma recta numérica como a da figura e marca $\frac{1}{3}$. Em seguida escreve 5 expressões diferentes da da figura que representem o número $\frac{1}{3}$.



5. Calcula os quocientes que obténs dividindo:

O dobro do quadrado de um terço por um;
A soma de um quarto com três por um meio ao quadrado.

6. Completa os espaços colocando os símbolos >,< ou =, de forma adequada.

$0 \ldots \frac{1}{2}$ $\qquad$ $3 \ldots \frac{2}{4}$

$\frac{1}{2} : \frac{3}{5} \ldots \frac{1}{6} : \frac{1}{5}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \times \frac{3}{10} \ldots \frac{3}{10} \times 2$

Exercícios e Problemas

1. Copia para o teu caderno e completa:

$4 \times \_\_\_ = 1$ $\qquad$ $\frac{2}{3} \times \_\_\_ = 1$ $\qquad$ $\_\_\_ \times \frac{1}{10} = 1$

O produto de um número pelo seu ____________________ é igual a 1. Para dividir dois números racionais diferentes de zero, multiplica-se o ________________ pelo __________________ do __________________.

2. Copia para o teu caderno e calcula:

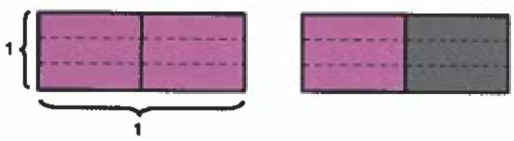
$\frac{1}{3} : \frac{3}{4} + \frac{1}{12} =$

$\left(\frac{2}{3}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3}^{2} \times 1$

3. Qual é o número que falta?

$\frac{1}{8} \times \frac{2}{6} = \frac{2}{6} : \_\_\_$

4. A Jessica explicou ao Edson que $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$, usando a figura seguinte:



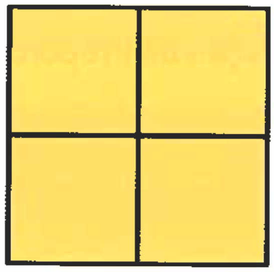
Pensa, discute com o teu colega e regista no teu caderno o que a Jessica disse ao Edson.

5. Coloca em cada uma das situações o símbolo (>,<ou =) adequado, de forma a obteres afirmações verdadeiras:

$\frac{3}{3} : \frac{1}{2}$ _____ 2 $\qquad$ $\frac{1}{7} : \frac{1}{2}$ _____ $\frac{1}{7}$

$\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$ _____ 1^3 $\qquad$ $\frac{1}{5} : 3$ _____ $\frac{1}{5}$

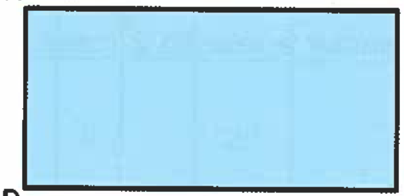
6. A figura ao lado é um quadrado de lado $\frac{3}{2}$ cm.



Qual é a área do quadrado?

Desenha no teu caderno um quadrado idêntico ao da figura ao lado e pinta metade do quadrado, mas de forma que a parte colorida também seja um quadrado.

7. A Natacha tem um pacote de palhinhas de refresco e quer fazer um rectângulo com as dimensões indicadas no da figura:



Cada palhinha tem de comprimento $\frac{4}{21}$ m.

Para construir o lado [DC] do rectângulo, de quantas palhinhas **inteiras** vai precisar?

Para construir o lado [BC] ela precisou de uma palhinha inteira mais uma parte de outra palhinha.

Que fracção de uma palhinha representa essa parte?

Apresenta os cálculos no teu caderno.

8. Copia para o teu caderno as expressões seguintes e calcula o seu valor. Apresenta os resultados na forma mais simplificada.

$$\frac{1}{3} \times \frac{2}{5} : \frac{4}{15} =$$

$$\frac{7}{4} : \frac{3}{2} : \frac{1}{3} =$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \frac{1}{4} \times 3 =$$

$$2 \times \frac{1}{4} - \frac{5}{6} + 1 =$$

$$\left(\frac{3}{8} - \frac{1}{4}\right) : \frac{2}{3} + \frac{5}{8} =$$

Unidade 5 – PROPORCIONALIDADE DIRECTA

Relação de Proporcionalidade directa entre duas grandezas

Tarefa de Investigação

A D. Teodolinda faz ramos de flores para vender nos hotéis, aos turistas que partem do país. Em todas as situações, os ramos são feitos da seguinte forma:

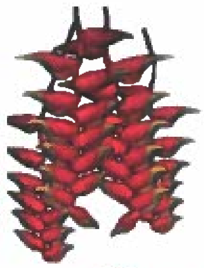
Por cada ***duas rosas de porcelana*** leva ***quatro bicos de papagaio***.

Na figura, o ramo de flores maior tem 4 rosas de porcelana e 8 bicos de papagaio. Se a D. Teodolinda fizesse um ramo com 6 rosas de porcelana, quantos bicos de papagaio teria de colocar no ramo para manter a relação 2 rosas de porcelana para 4 bicos de papagaio?

Investiga

Repara que:

2 *rosas de porcelana* correspondem a 4 bicos de papagaio   2 x 2



4 *rosas de porcelana* correspondem a 8 bicos de papagaio   2 x 4

6 *rosas de porcelana* correspondem a 12 bicos de papagaio   2 x 6

Verificaste que havia sempre o dobro de *rosas de porcelana* relativamente ao número de *bicos de papagaio*. Se fosse necessário fazer um ramo muito grande e se colocassem 20 rosas de porcelana, quantos bicos de papagaio teria de haver para se manter a mesma relação?

20 rosas de porcelana   2 x 20 = 40 bicos de papagaio

Um ramo com 20 rosas de porcelana teria 40 bicos de papagaio.

Se o ramo tivesse 60 bicos de papagaio, quantas rosas de porcelana teria?

60 : 2 = 30 ← Rosas de porcelana

Bicos de papagaio

Se o ramo tivesse 60 bicos de papagaio teria 30 rosas de porcelana.

Informação

Quando existe uma relação entre duas grandezas, dizemos que existe uma relação de **proporcionalidade directa**.

Podes traduzir esta informação por uma tabela como a seguinte:

:2	N.º de rosas de porcelana	1	2	3	...	10	...	15	...	100	x2
	N.º de bicos de papagaio	2	4	6	...	20	...	30	...	200	

Já podes dar a resposta à tarefa inicial.

Exercícios

1. Num ramo de flores há rosas de porcelana e bicos de papagaio. Para cada rosa de porcelana há quatro bicos de papagaio.

- Quantos bicos de papagaio haverá no ramo que só tem 2 rosas de porcelana?
- Quantas rosas de porcelana existem num ramo com 16 bicos de papagaio?

2. Completa o preenchimento da tabela de proporcionalidade directa, relativa à aquisição de fotocópias:

N.º de fotocópias	1	5	20	105	620
Custo	500 Dbs				

3. Verifica se existe proporcionalidade directa entre o número de livros de uma dada colecção vendidos numa livraria e o valor resultante da sua venda.

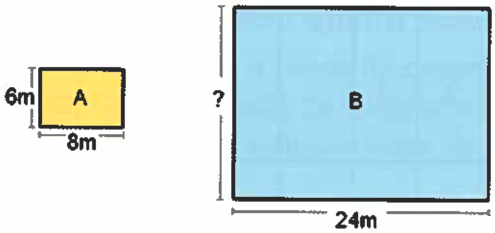
N.º de livros	1	2	3	4	5
Custo	230 000 Dbs	460 000 Dbs	460 000 Dbs	690 000 Dbs	920 000 Dbs

Reduzir ou ampliar figuras

Tarefa de Investigação

Os dois rectângulos da figura têm a mesma forma, mas um deles é maior do que o outro.

Quanto mede a altura do rectângulo maior, sabendo que existe uma relação de proporcionalidade directa entre as dimensões dos dois rectângulos?



Investiga

Podes começar por fazer um quadro, onde registas os valores conhecidos e procurar encontrar a relação existente entre eles.

	Comprimento		Largura	
Rectângulo A	8	?	6	?
Rectângulo B	24	12	?	?

x 3 : 3

Como verificas, a relação entre os comprimentos dos rectângulos é de triplo ou (x 3). Então, a relação entre as larguras também será de triplo. Podemos escrever 3 x 6 = 18, sendo este o valor encontrado para a largura do rectângulo B.

E se o comprimento do rectângulo maior for 12 podemos dizer que o comprimento do rectângulo menor se obtém através da divisão por 3, porque a relação entre os comprimentos é de terça parte ou (: 3).

Já podes preencher o quadro e dar a resposta à questão da tarefa, dizendo que o comprimento do rectângulo A é 4m quando o do rectângulo B é 12m e que quando a largura do rectângulo A é 6m a do rectângulo B é 18m.

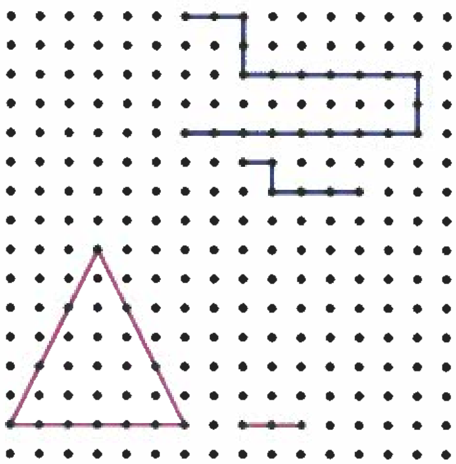
Informação

Reduzir ou **ampliar** uma qualquer figura significa **manter as proporções das suas dimensões**, ou seja, **a sua forma**.

Vamos resolver duas situações de proporção, para consolidar os conceitos de redução e de ampliação de figuras.

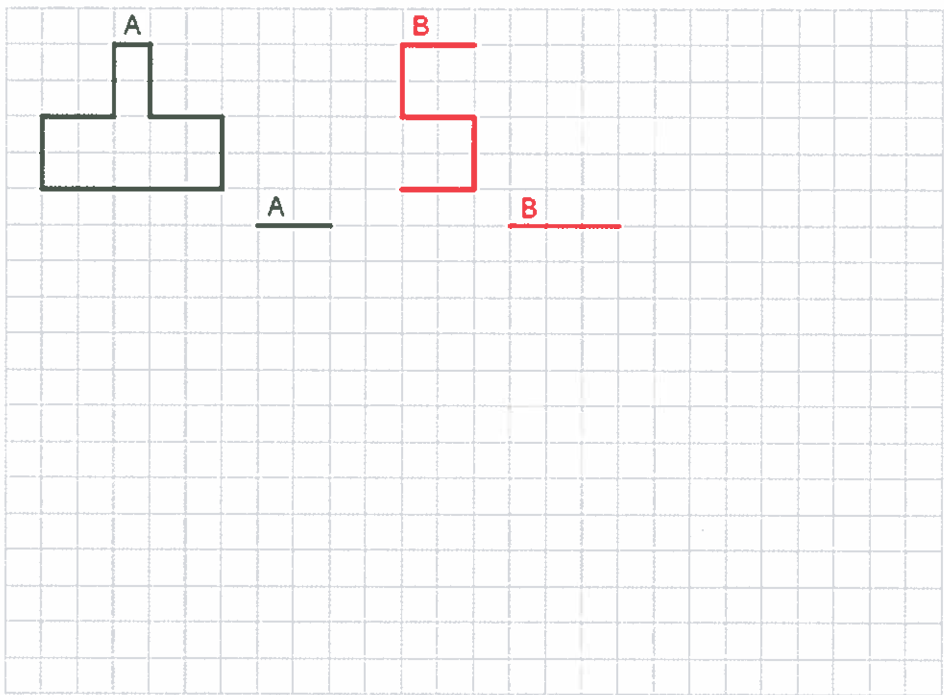
1.ª Situação

Observa as figuras desenhadas no papel ponteado, copia-as para o teu caderno e completa-as de modo que fiquem com a mesma forma.



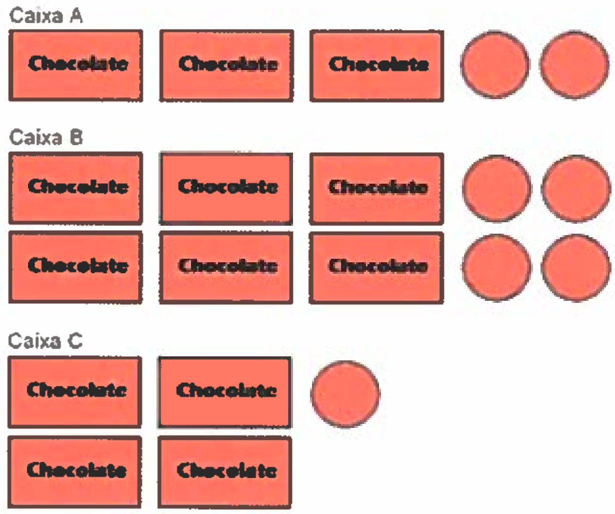
2.ª Situação

Desenha no teu caderno as figuras seguintes, utilizando o papel quadriculado, e amplia-as mantendo a forma.



Exercícios

1. Num supermercado da capital encontrámos caixas (A, B e C) com chocolates de duas formas diferentes, rectangulares e circulares, distribuídos como na figura:



- Encontras alguma relação de proporcionalidade directa entre o número de chocolates rectangulares e o número de chocolates redondos das caixas:

A e B? B e C? A e C?

- Escreve no teu caderno as respostas e as respectivas justificações.

Copia a tabela para o teu caderno e completa-a.

	A	B	C
	3	6	4
	2		

2. Num ramo de flores há rosas de porcelana de cor vermelha e cor de rosa. Para cada rosa de porcelana de cor vermelha há quatro rosas de porcelana cor de rosa.

Quantas rosas de porcelana cor de rosa haverá no ramo que só tem 3 rosas de porcelana de cor vermelha?

Quantas rosas de porcelana de cor vermelha existem num ramo com 8 rosas de porcelana cor de rosa?

Constante de Proporcionalidade – Proporções

Tarefa de Investigação

O Ismael e o seu grupo da escola resolveram fazer uma colecção de pastilhas. A tabela mostra os preços de 3,5 e 10 sacos de pastilhas.

N.º de sacos	3	5	10
Custo em Dobras	4 500	7 500	15 000

És capaz de dizer quanto custa um saco de pastilhas?

Investiga

Como verificas 3 sacos de pastilhas custam 4500 Dbs. Se dividires 4500 por 3 ou 7500 por 5 ou 15000 por 10 obténs sempre o mesmo valor, neste caso 1500.

$\frac{4500}{3}=1500$ $\frac{7500}{5}=1500$ $\frac{15000}{10}=1500$

Podes, assim, concluir que para este caso o preço de um saco de pastilhas é sempre constante (1500 Dbs).

Informação

Quando duas grandezas são **directamente proporcionais** pode-se sempre determinar uma constante, dividindo dois valores correspondentes, um de cada uma das grandezas.
A esse valor constante chama-se **constante de proporcionalidade**.

Tarefa de Investigação

Num supermercado da capital havia todas as semanas um produto em promoção. Na semana da Páscoa a promoção era nos sacos de amêndoas de determinada marca e os preços estavam expostos na parede, numa tabela como a seguinte:

N.º de sacos de amêndoas	1	2	3	4	5
Custo em Dobras	14 000	26 000	40 000	54 000	73 000

Será que existe um valor constante que relaciona o custo dos sacos com o número de sacos?

Investiga

Como sabes, para encontrares a resposta podes começar por fazer os seguintes cálculos:

$$\frac{14000}{1}=1400 \qquad \frac{26000}{2}=13000 \qquad \frac{40000}{3}=13333,(3)$$

$$\frac{54000}{4}=13500 \qquad \frac{73000}{5}=14600$$

obtendo em cada situação um valor diferente para o preço do saco de amêndoas.

Podemos, então, dizer que o preço de um saco de amêndoas varia de acordo com o número de sacos que se compra. Como esse valor varia podemos concluir que **não existe constante de proporcionalidade**, logo, as grandezas **não são directamente proporcionais**.

Exercícios

1. Observa o quadro. Determina a constante de proporcionalidade entre o número de quilos de Jaca e o seu custo.

N.º de Kg. de Jaca	4	6	8
Preço (em Dobras)	4 800	7 200	9 600

O que representa a constante de proporcionalidade?

2. Copia a tabela seguinte para o teu caderno e completa-a, sabendo que o valor da constante de proporcionalidade é igual a 7.

Comprimento do lado do polígono regular	Perímetro
1cm	7cm
	13,44cm
4,06cm	
	84cm

• Quantos lados tem o polígono regular a que se refere a tabela?

Proporções – Redução à Unidade

Tarefa de Investigação

O Sr. João pôs 15 litros de gasóleo na carrinha e pagou 300000 Dbs. Se ele enchesse o depósito de gasóleo, que leva 90 litros, quanto pagaria?

Investiga

Tens várias formas de poder resolver esta questão. Um dos processos que já conheces e utilizaste anteriormente é:

	15 Litros	300000 Dbs	
x 6			x 6
	90 Litros	1800000 Dbs	

que corresponde a multiplicar 300000 por 6, obtendo 1800000, dado que 90 é igual a 6 × 15.

Podes também calcular o preço de 1 litro de gasóleo. Para isso, procedes da seguinte forma:

300000 : 15=20000, que é a constante de proporcionalidade entre as duas grandezas (custo e número de litros).

Sabendo o preço do litro, podes agora determinar o preço de qualquer número de litros e dar a resposta à questão da tarefa.

Preço do litro de gasóleo	20 000 Dbs
Preço de 90 litros de gasóleo	90 × 20 000 = 1 800 000 Dbs

É assim possível dizer que o depósito cheio custaria 1 800 000 Dbs.
Podemos registar o seguinte:

1 litro custa 20 000 Dbs
2 litros custam 40 000 Dbs
3 litros custam 60 000 Dbs
⋮

$$\boxed{\frac{20000}{1} = \frac{40000}{2}} \qquad \boxed{\frac{40000}{2} = \frac{60000}{3}}$$

A estas igualdades chamamos **proporções**.

Se tivermos duas fracções equivalentes:

$$\frac{3}{4} \text{ e } \frac{6}{8}$$

podemos escrever uma proporção:

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$$

e dizer que as expressões $\frac{3}{4}$ e $\frac{6}{8}$ se designam **razões**.

A razão entre 3 e 4 é igual à razão entre 6 e 8. Os números que se posicionam no “meio” da frase chamam-se **meios**, como o 4 e o 6.

Chamam-se **extremos** aos números que se dizem no princípio e no fim da frase, o 3 e o 8.

$$\begin{matrix} \text{extremo} \leftarrow & 3 & & 6 & \rightarrow \text{meio} \\ & \overline{} & = & \overline{} & \\ \text{meio} \leftarrow & 4 & & 8 & \rightarrow \text{extremo} \end{matrix}$$

Se multiplicares os meios obténs 3×8=24 e se multiplicares os extremos obténs 4×6=24

$$\boxed{3\times8=4\times6}$$

Informação

Uma proporção é uma igualdade entre duas razões.

Numa proporção o produto dos meios é igual ao produto dos extremos. Esta propriedade chama-se **propriedade fundamental das proporções.**

Isto verifica-se para todas as proporções que escreveres.

Exemplos:

$$\frac{2}{9} = \frac{20}{90} \qquad 2 \times 90 = 9 \times 20$$

$$\frac{5}{7} = \frac{15}{21} \qquad 5 \times 21 = 15 \times 7$$

Exercícios

1. Numa turma há 10 rapazes e 16 raparigas. A razão entre o número de rapazes e o número de raparigas é de $\frac{10}{16}$. Qual é a razão entre o número de raparigas e de rapazes da turma?

Escreve as mesmas razões relativamente à **tua turma**.

2. Copia e completa a tabela:

Proporção	Meios	Extremos
$\frac{2}{5}=\frac{14}{35}$		2 e 35
	5 e 26	13 e 10
$\frac{9}{45}=\frac{5}{25}$		

3. Verifica quais das afirmações são verdadeiras:

$$\frac{5}{7}=\frac{25}{35} \quad ; \quad \frac{8}{3}=\frac{32}{12}$$

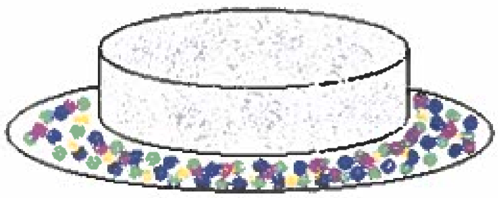
Explica as tuas respostas através de dois processos (a propriedade fundamental das proporções e a equivalência de fracções).

Vamos agora descobrir as regras para determinar um meio ou um extremo de uma proporção.

Tarefa de Investigação

A Clésia tem uma receita de bolo de coco para 5 pessoas que leva os seguintes ingredientes:

- Açúcar: 500 gramas
- Ovos: 6
- Farinha: 250 gramas
- Coco: 500 gramas



Se quisesses fazer um bolo de coco com esta receita, para 10 pessoas, que porções dos diferentes ingredientes usavas?

E se tivesses de usar a mesma receita para 15 pessoas, quais seriam as quantidades de ovos e de coco necessários?

Investiga

Vamos escrever as proporções relativas aos ingredientes do bolo para 5 pessoas:

Açúcar	Ovos	Farinha	Coco
$\frac{500}{5}=\frac{?}{10}$	$\frac{6}{5}=\frac{?}{10}$	$\frac{250}{5}=\frac{?}{10}$	$\frac{500}{5}=\frac{?}{10}$

Aplicamos a **propriedade fundamental das proporções**, que diz que o **produto dos meios é igual ao produto dos extremos**, e calculamos o valor de cada ingrediente para fazer um bolo para 10 pessoas.

$$500 \times 10 = 5 \times \boxed{a}$$
$$5000 = 5 \times \boxed{a}$$
$$\boxed{a} = 5000 : 5$$
$$\boxed{a} = 1000$$

$$6 \times 10 = 5 \times \boxed{o}$$
$$60 = 5 \times \boxed{o}$$
$$\boxed{o} = 60 : 5$$
$$\boxed{o} = 12$$

$$250 \times 10 = 5 \times \boxed{f}$$
$$2500 = 5 \times \boxed{f}$$
$$\boxed{f} = 2500 : 5$$
$$\boxed{f} = 500$$

$$500 \times 10 = 5 \times \boxed{c}$$
$$5000 = 5 \times \boxed{c}$$
$$\boxed{c} = 5000 : 5$$
$$\boxed{c} = 1000$$

Eram precisos 1000 gramas de açúcar, 12 ovos, 500 gramas de farinha e 1000 gramas de coco para fazer um bolo de coco para 10 pessoas. Se o bolo fosse para 15 pessoas teríamos:

$$\frac{500}{5} = \frac{a}{15}$$
$$a = \frac{500 \times 15}{5}$$
$$a = 1500\text{g}$$

$$\frac{6}{5} = \frac{o}{15}$$
$$o = \frac{6 \times 15}{5}$$
$$o = 18 \text{ ovos}$$

$$\frac{250}{5} = \frac{f}{15}$$
$$f = \frac{250 \times 15}{5}$$
$$f = 750\text{g}$$

$$\frac{500}{5} = \frac{c}{15}$$
$$c = \frac{500 \times 15}{5}$$
$$c = 1500\text{g}$$

Informação

Numa proporção, qualquer meio é igual ao produto dos extremos a dividir pelo outro meio

Numa proporção, qualquer extremo é igual ao produto dos meios a dividir pelo outro extremo

Exercícios

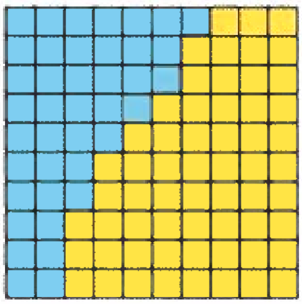
1. O professor Sidney quando ía no autocarro para a escola viu um sinal de trânsito com a forma de um triângulo e pensou:

"Haverá proporcionalidade directa entre o perímetro de um triângulo equilátero e o comprimento do seu lado?"

- Discute com os teus colegas a resposta que davas à questão posta pelo professor Sidney e regista-a no teu caderno.
-

Percentagens

Vamos construir um quadrado dividido em 100 quadrados mais pequenos, do quais 40 estão pintados a azul.



Dizemos que 40 quadrados em 100 estão pintados de azul, ou seja, 40 por cento são azuis e escreve-se 40% ou $\frac{40}{100}$.

Podemos também dizer que 60% dos quadrados estão pintados a amarelo.

Repara que os 40 quadrados correspondem a $\frac{2}{5}$ do quadrado grande e que os 60 quadrados correspondem a $\frac{3}{5}$ do mesmo quadrado.

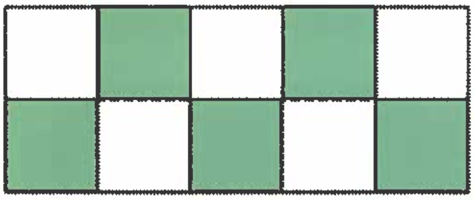
$$\frac{2}{5} = \frac{40}{100} \longrightarrow 40\% \qquad \frac{3}{5} = \frac{60}{100} \longrightarrow 60\%$$

Logo,

$$\frac{2}{5} + \frac{3}{5} = 1$$

$$\frac{40}{100} + \frac{60}{100} = \frac{100}{100} \longrightarrow 1$$

Vejamos outro exemplo:



Metade ou $\frac{1}{2}$ dos quadrados deste rectângulo estão pintados.

Podemos também dizer que $\frac{5}{10}$ dos quadrados deste rectângulo estão pintados.

Qual é a percentagem dos quadrados pintados? Neste caso, temos que 5 em 10 estão pintados, ou seja $\frac{5}{10}$. Se fossem 100 quadrados quantos estariam pintados?

$$\frac{5}{10} \xrightarrow[\times 10]{\times 10} \frac{?}{100}$$

Facilmente verificas que 50 estariam pintados.

Portanto, em 100 quadrados 50 estariam pintados. Logo, a percentagem é de 50%.

Vimos, assim, que é possível **transformar fracções em percentagens**.

Exercícios

1. Transforma as seguintes fracções em percentagens:

$$\frac{1}{4}; \qquad \frac{3}{6}; \qquad \frac{14}{25}$$

2. Transforma as seguintes percentagens em fracções:

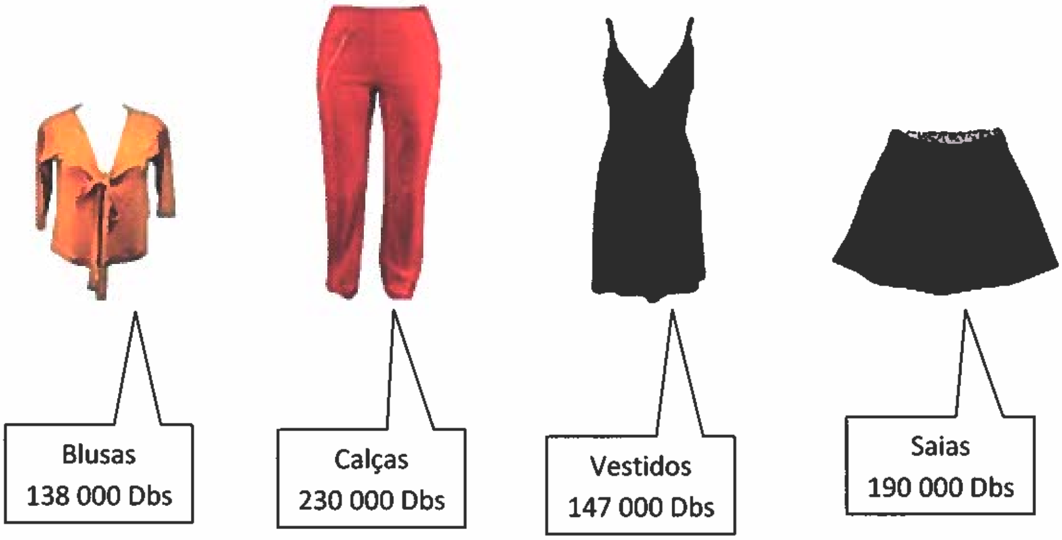
75%; 20%; 90%

3. Observa o quadro seguinte:

P	R	I	N	C	I
P	E	P	R	I	N
C	I	P	E	P	R
I	N	C	I	P	E
P	R	I	N	C	I

• Escreve a percentagem dos quadrados com a letra *I*, a dos quadrados com a letra *E* e a dos quadrados com a letra *R*.

4. Os artigos da figura estão marcados com os preços que tinham antes do período de saldos, em que o desconto é de 35%.



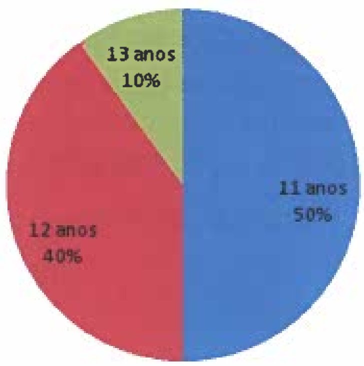
Calcula o preço de cada um destes artigos no período de saldos.

Representação Gráfica de Percentagens

Uma das formas de representar percentagens é num círculo, a que damos o nome de **gráfico circular**.

- Observa o gráfico seguinte relativo às percentagens de alunos com 13, 12 e 11 anos de idade, de uma dada classe com 30 alunos.

Idade dos alunos



Pela leitura do gráfico verificamos que:

- 50% dos alunos tem 11 anos
- 40% dos alunos tem 12 anos
- 10% dos alunos tem 13 anos

O número de alunos de cada uma das três idades determina-se da seguinte forma:

50% é o mesmo que $\frac{50}{100}$	$\frac{50}{100}=\frac{?}{30}$	50×30=100×? 1500=100×? ?=15
40% é o mesmo que $\frac{40}{100}$	$\frac{40}{100}=\frac{?}{30}$	40×30=100×? 1200=100×? ?=12
10% é o mesmo que $\frac{10}{100}$	$\frac{10}{100}=\frac{?}{30}$	10×30=100×? 300=100×? ?=3

Podemos dizer que naquela classe de 30 alunos, 15 alunos têm 11 anos, 12 têm 12 anos e 3 têm 13 anos de idade.

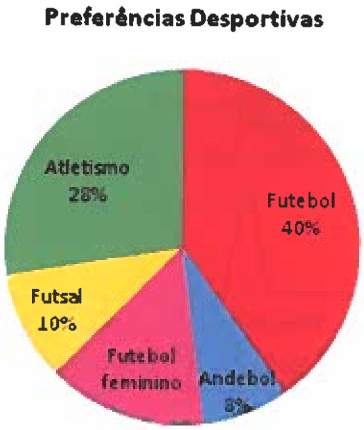
Vamos analisar outra situação em que se utilizou o gráfico circular para representar os dados.

- Perguntámos a 72 alunos de uma escola qual era o seu desporto favorito e obtivemos como resposta os dados do gráfico seguinte.

Observa o gráfico e responde:

Quantas pessoas declararam preferir o Futebol Feminino?

Quantas pessoas declararam preferir praticar Atletismo?



Percentagem e Cálculo Mental

Quase sempre, para calcular uma percentagem faz-se um cálculo mental.

Por exemplo, para calcular 40% de 2 350 000 Dbs calcula-se primeiro 10% e depois multiplica-se esse valor por 4 porque 40% é o quádruplo de 10%.

10% de 2 350 000 Dbs é a décima parte de 2 350 000 Dbs, portanto 235 000 Dbs.

$$\frac{1}{10} \times 2\,350\,000 = 235\,000$$

$$4 \times 235\,000 = 940\,000$$

Logo, 40% de 2 350 000 Dbs são 940 000 Dbs.

Se quiséssemos calcular 35% de 2 350 000 Dbs, partíamos dos 10% e multiplicávamo-los por 3,5 pois 35% é o mesmo que 3,5 X 10%.

Basta multiplicar 235 000 Dbs por 3,5 ou fazer:

$$\underset{10\%}{235\,000} + \underset{10\%}{235\,000} + \underset{10\%}{235\,000} + \underset{5\%}{117\,500}$$

Obtemos, assim, que 35% de 2 350 000 Dbs são 822 500 Dbs.

Exercícios

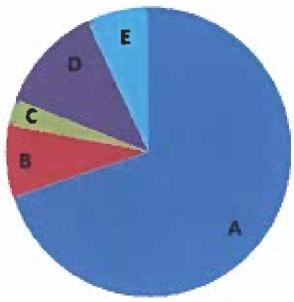
1. Calcula mentalmente as seguintes percentagens:

10% de 320	15% de 480
40% de 1000	75% de 40

2. Fez-se uma votação para saber qual a oferta que os alunos da 6.ª classe da escola de Santana queriam dar ao professor de Matemática, no final do ano lectivo.

Os resultados foram os seguintes:

- Pasta – 70%
- Caneta – 8%
- Caderno – 3%
- Lápis e borracha – 12%
- CD musical – 7%



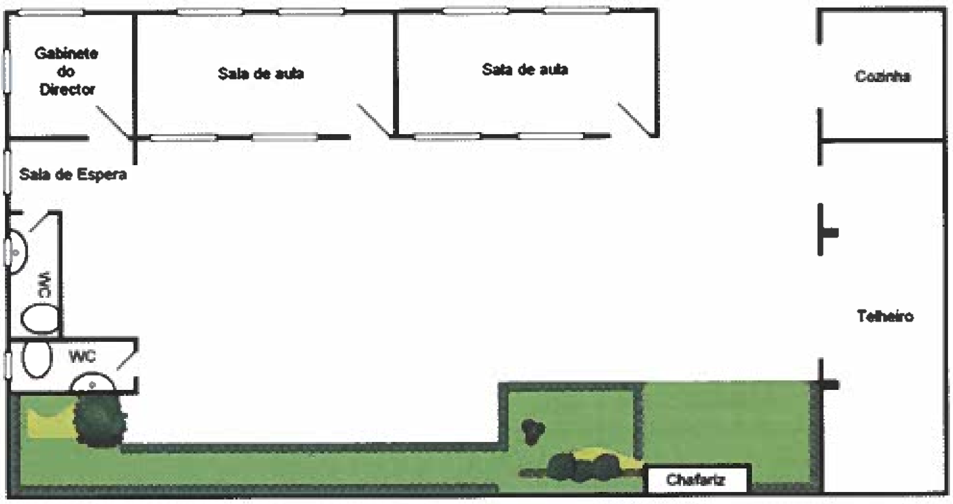
Faz corresponder a cada letra do gráfico circular a respectiva percentagem, sabendo que o caderno corresponde à letra C.

Sabendo que havia 68 alunos a frequentar a 6.ª classe na escola de Santana, responde:

- Quantos alunos queriam oferecer um lápis e uma borracha ao professor?
- Quantos alunos lhe queriam oferecer um CD musical?
- Ao todo, quantos alunos queriam oferecer uma pasta e uma caneta?

Escalas

Observa a planta da escola de Angra Toldo que está desenhada à **escala de 1:150**, o que quer dizer que **1cm** no desenho corresponde a **150cm** na realidade.



As salas de aulas têm a forma rectangular com 3,5m de largura e 8m de comprimento.

Observa e responde:

- Qual é a medida real do comprimento do telheiro?
- Mede, com uma régua, as dimensões da cozinha, no desenho, e em seguida determina as dimensões reais.
- Qual é a área de uma das casas de banho, sabendo que ambas têm as mesmas dimensões?

Mapas

Nos mapas, as distâncias são proporcionais às distâncias reais. A escala do mapa vem sempre assinalada como no exemplo a seguir, em que 1cm no mapa corresponde a 500 000cm na realidade.

Copia a tabela seguinte para o teu caderno, mede as distâncias no mapa com uma régua e preenche os espaços com esses valores:

Distância entre localidades	Distância no mapa (em cm)	Distância (em Km)
S. Tomé – S. João dos Angolares		
Guadalupe - Neves		
Porto Alegre - Madalena		
Neves – Santa Catarina		

Exercícios e Problemas

1. Copia a tabela seguinte para o teu caderno e preenche-a:

Lado do quadrado (em cm)	Perímetro do quadrado	Área do quadrado
5		
6		
10		
15		

Responde:

- O comprimento do lado do quadrado e o seu perímetro são ou não grandezas directamente proporcionais?
- E o comprimento do lado do quadrado e a sua área são grandezas directamente proporcionais?

  Se sim, qual a constante de proporcionalidade?

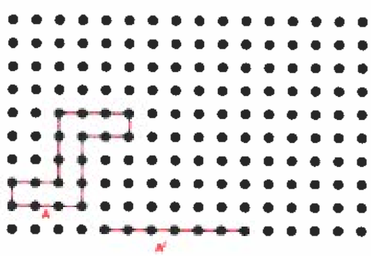
2. Organiza os seguintes dados, numa tabela, de modo a obteres duas grandezas, A e B, directamente proporcionais.

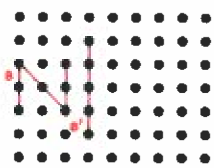
A	30	24	20	48	4,5	10,2
B	12	24	15	10	2,25	5,1

3. A tabela seguinte mostra uma relação de proporcionalidade directa. Copia a tabela para o teu caderno e completa-a.

Litros de Gasóleo	1	2	4	5	10		20
Preço (em Dbs)				98 000		294 000	

4. Amplia as seguintes figuras:





5. Observa a figura:

Determina, em relação à figura, as percentagens:

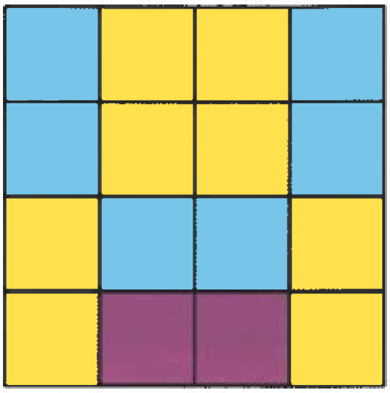
Dos quadrados rosa;

Dos quadrados azuis;

Dos quadrados azuis e dos quadrados rosa;

Dos quadrados azuis, dos rosa e dos amarelos.

Regista-as no caderno.



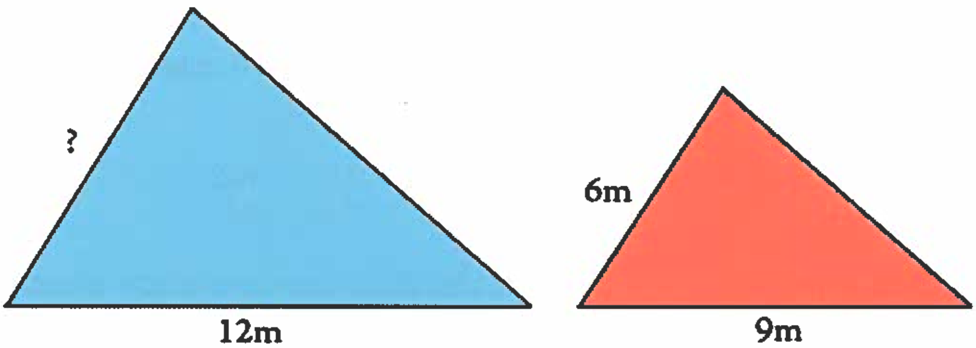
6. Se quisesses desenhar, numa folha, a planta da tua sala de aulas, qual das escalas escolherias?

1:20   1:50   1:100   1:100 000

Explica porque fizeste essa escolha.

7. Os dois triângulos da figura têm a mesma forma mas um deles é maior do que o outro.

Determina o comprimento do lado assinalado com ? na figura azul.



Unidade 6 – ESTATÍSTICA

A palavra Estatística já é tua conhecida pelo menos desde a 5.ª classe, quando estudaste alguns conceitos base para poderes interpretar e melhor compreender alguns factos e noticias com que te deparas no dia a dia.

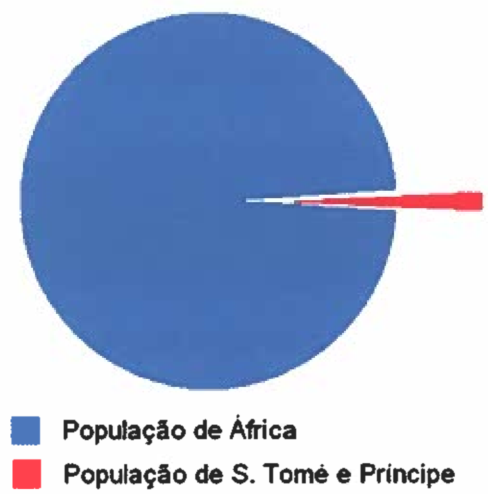
A Estatística é um ramo de Matemática que se dedica à organização e interpretação de dados, tanto antigos como da vida corrente, com o objectivo de os comparar e tirar conclusões.

Esta área da Matemática é muito usada para estudar a população de um dado país quanto a algumas características que a definem.

A população na África

De acordo com os dados do último Censo, de Agosto de 2001, a população total de S. Tomé e Príncipe era de 137 599 habitantes. Relativamente a África este número representa uma ínfima parte da sua população, que nessa época era de cerca de 900 000 000 habitantes.

Observa o gráfico circular com essa informação:



Que percentagem da população da África representava, nesse ano, a população de S. Tomé e Príncipe?

Efectuados os cálculos verificamos que representava 0,01% da população de África.

Nesse caso, qual era a percentagem da população da África em relação à população mundial, que era de 6,1 biliões de habitantes?

Qual será a população de S. Tomé e Príncipe no ano 2020? E qual será a população da África nesse mesmo ano?

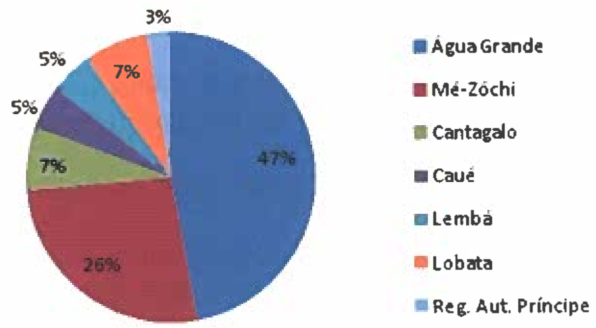
Investiga com os teus colegas, em livros, ou na Internet, com a ajuda do teu professor, para encontrares as respostas a estas perguntas.

Taxa de Mortalidade

Um outro problema que aparece quando se fala destes assuntos é relacionado com a taxa de mortalidade.

O gráfico circular seguinte dá-nos informação sobre a mortalidade nos 6 distritos de S. Tomé e na Região Autónoma do Príncipe, segundo os dados do Censo de 2001.

	N.º de Mortos
Água Grande	540
Mé-Zochi	303
Cantagalo	81
Caué	56
Lembá	52
Lobata	83
Reg. Aut. Príncipe	30
Total	**1145**



- Qual dos distritos ou região autónoma teve maior número de mortos?
- Sabendo que a população Santomense, em 2001, era de 137 600 habitantes, calcula a percentagem do número de mortos em relação à população.

Recolha, organização e interpretação de dados

Tarefa de Investigação

A figura mostra o calendário do mês de Maio de 2009 onde estão assinalados os dias em que fez sol, esteve nublado e choveu.

Em Maio houve mais dias de sol ou de chuva?

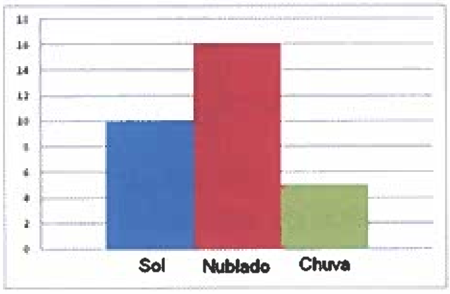
Investiga

A informação que nos é fornecida pelo calendário pode ser representada por meio de um gráfico de barras. Para isso, temos de contar antes o número de dias em que esteve sol, choveu ou em que o céu esteve com muitas nuvens (nublado). Em seguida, constroem-se a tabela de frequência e o gráfico de barras relativos à situação.

Tabela de Frequência

	Contagem	Frequência
	~~||||~~ ~~||||~~	10
	~~||||~~ ~~||||~~ ~~||||~~ |	16
	~~||||~~	5

Gráfico de Barras



Observando o gráfico verificamos que o dado que aparece com maior frequência (barra mais alta) é céu nublado, o que nos leva a concluir que no mês de Maio choveu durante 5 dias, fez sol durante 10 dias e o céu esteve nublado durante 16 dias.

Informação

Frequência absoluta é o número de vezes que um acontecimento se verifica.

A frequência absoluta dos dias de sol é igual a 10.

A frequência absoluta dos dias de chuva é igual a 5.

Podemos assim concluir que em Maio houve mais dias de sol do que dias de chuva.

A **tabela de frequência** também permite fazer uma leitura imediata da situação. Quando observas a tabela de frequência verificas imediatamente que houve mais dias de sol (10) do que dias de chuva (5). Podes também retirar o dado relativo à situação que ocorreu com mais frequência, ou seja, mais vezes o céu nublado (16).

Exercícios

1. A tabela seguinte indica a frequência das alturas, em cm, dos alunos da turma do Ronaldo.

Altura em cm	Frequência absoluta
125 – 134	6
135 – 144	13
145 – 154	8
155 – 164	3

Quantos alunos têm, altura entre 1,35m e 1,44m?

2. Constrói uma tabela de frequência para a situação seguinte e de seguida traça o gráfico de barras relativo a essa situação.

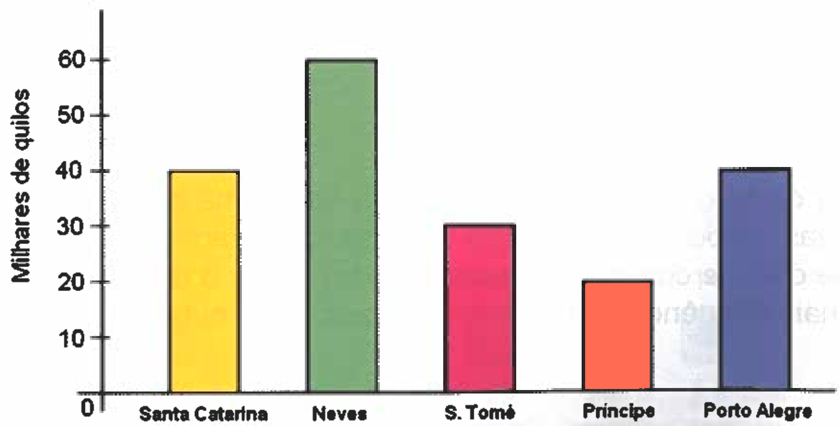
"Na turma do Ronaldo, 15 alunos têm 4 irmãos, 7 têm 3 irmãos e 5 têm 6 irmãos e 3 não têm irmãos".

3. Constrói a tabela de frequência correspondente às percentagens obtidas numa prova de Matemática numa 6.ª classe, de acordo com a informação seguinte:

65	63	75	57	80
63	90	65	65	75
63	75	80	70	80
80	80	75	63	90
75	57	75	57	57
57	63	75	75	63

4. No gráfico seguinte estão indicadas as quantidades de peixe pescado em cinco regiões de S. Tomé e Príncipe, durante o mês de Julho.

A pesca em algumas regiões de S. Tomé e Príncipe

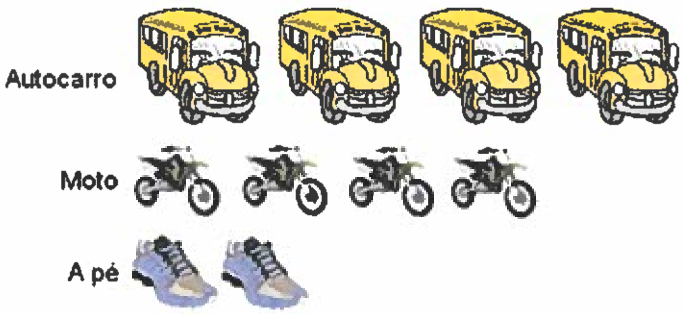


- Qual é a região onde foi apanhada menor quantidade de peixe?
- Quais foram as regiões que apanharam igual quantidade de peixe?
- Que quantidade de peixe apanharam os pescadores de Neves a mais que os de S. Tomé?
- Tens alguma explicação para o facto de no Príncipe haver menos quantidade de peixe pescado do que em S. Tomé?

Tarefa de Investigação

O professor Joaquim fez uma sondagem aos 1000 alunos da sua escola, para saber qual o meio de transporte que usavam para ir para a escola.

Organizou os dados no seguinte pictograma:



Sabes dizer qual é o meio de transporte mais usado pelos alunos daquela escola?

Investiga

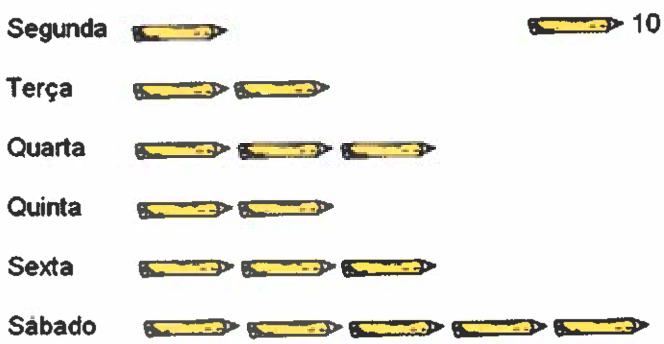
Se olhares com atenção para o pictograma ficas rapidamente com uma ideia correcta da informação recolhida pelo professor na sondagem.

Informação

Num pictograma usam-se símbolos ou pequenos desenhos para ilustrar a informação.
Os símbolos têm de ter todos o mesmo tamanho.
No pictograma é necessário vir expresso o número que representa cada símbolo.

Exercícios

1. A venda de lápis numa loja, numa dada semana, está representada no pictograma seguinte:



- Qual é o dia em que foram vendidos mais lápis?
- Quantos lápis foram vendidos na quarta-feira?
- Houve dias da semana em que foi vendido o mesmo número de lápis? Se sim, quais?

Média Aritmética e Moda

Média

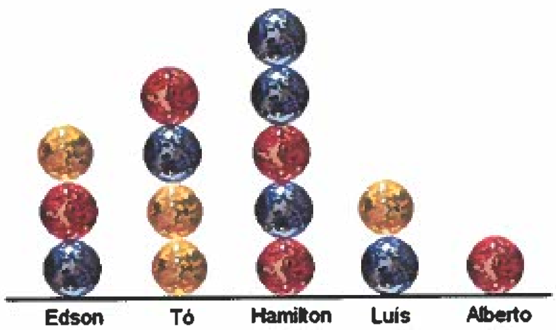
Tarefa de Investigação

No supermercado do Sr. Martins havia um cartaz que dizia:

"Compra rebuçados e ganha berlindes"

Cada rebuçado estava embrulhado num papel que tinha um número. O número indicava quantos berlindes se tinha ganho.

Cinco amigos foram ao supermercado, viram o cartaz e decidiram comprar um rebuçado, cada. O gráfico seguinte mostra o que cada um ganhou.

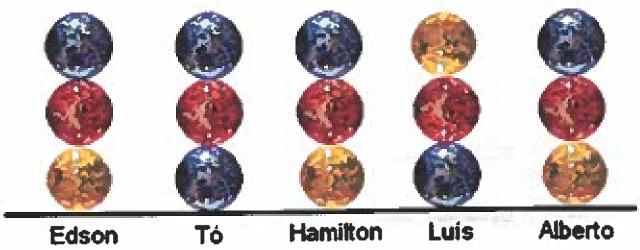


Mas eles queriam saber quantos berlindes, em média, tinha ganho cada um.

Como podem eles saber isso?

Investiga

Vamos começar por juntar todos os berlindes e distribuir igualmente por cada menino. Podemos registar essa tarefa no seguinte gráfico.



Podemos verificar que couberam 3 berlindes a cada menino e não sobrou nenhum.

Então, podemos dizer que, em média, couberam a cada menino 3 berlindes.

Informação

A média aritmética de um conjunto de valores obtém-se dividindo a soma desses valores pelo número de parcelas.

No caso dos dados serem números inteiros, a média pode ser um número não inteiro e vice-versa.

Se um dos dados for zero ele conta igualmente para o cálculo da média.

Exercícios

1.Num verão, no Príncipe, as temperaturas máximas em quatro dias seguidos foram, em graus célsius, as seguintes:

32 33 34 33

Qual foi a temperatura média dos quatro dias?

2. Durante uma semana as temperaturas mínimas, registadas no pico do Monte Cão foram, em graus célsius, as seguintes:

13 15 12 10 11 13 18

Qual foi a temperatura média?

Moda

Tarefa de Investigação

Um professor de uma 6.ª classe olhou para os seus alunos e pensou:

"Como será a cor dos olhos destas crianças? Serão todos da mesma cor ou haverá diferenças?"

Investiga

Para poder tirar conclusões, o professor deve agrupar os alunos pela cor dos seus olhos e registar num quadro.

Os dados da turma da 6.ª classe são os seguintes:

Cor	Frequência
Azul	3
Castanho	24
Verde	2

Por observação do quadro podemos ver que a maioria dos alunos (24) tem olhos de cor castanha, ou seja, a frequência de crianças com olhos de cor castanha é 24.

Podemos concluir que naquela 6.ª classe a cor de olhos que aparece com mais frequência nos alunos é o castanho, ou seja, a **moda** dos dados é a **cor castanha**.

Informação

Moda de um conjunto de dados é o dado que ocorre com maior frequência.

Nem sempre existe moda e por vezes há mais do que uma.
No caso das vogais

a e i o u

não existe moda, pois cada letra aparece uma só vez.

Na palavra **PRÍNCIPE**, temos:

Letra	P	R	I	N	C	E
Frequência	2	1	2	1	1	1

Neste caso, a moda é **P** e **I**, porque o conjunto de dados é **bimodal**.

Exercícios

1. Relativamente à palavra MADALENA qual é a moda?

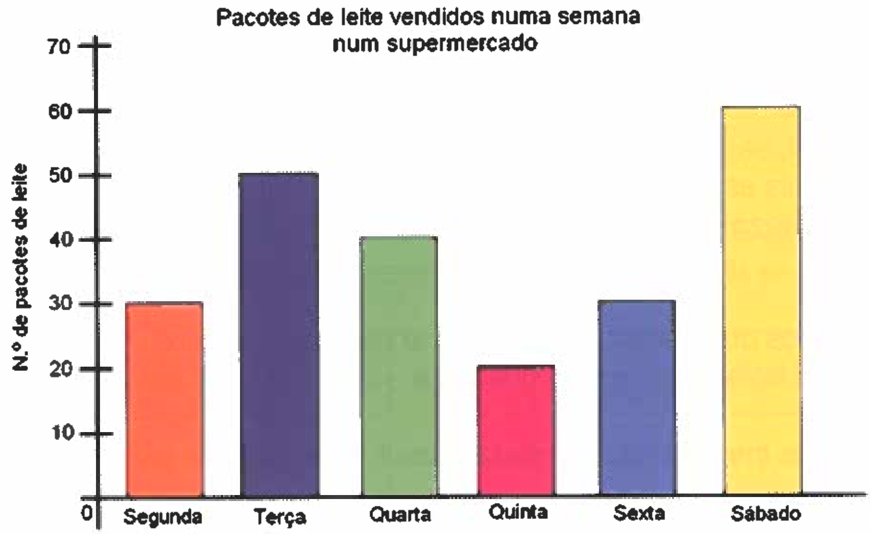
2. Num banco há 20 funcionários.

- 15 funcionários ganham por mês 60 milhões de Dbs, cada.
- 4 funcionários ganham por mês 300 milhões de Dbs, cada.
- 1 funcionário ganha por mês 800 milhões de Dbs.

Num relatório apresentado à comunicação social o Presidente informa que o salário médio dos funcionários é de 145 milhões de Dbs.

- Constrói a tabela de frequência dos vencimentos.
- Calcula a média dos salários e verifica a informação dada pelo Presidente.
- Comenta a informação do Presidente.
- Qual é a moda dos salários?

3. O gráfico seguinte mostra as vendas de pacotes de leite num supermercado, numa semana.



Quantos pacotes de leite se venderam nessa semana?

Qual é a moda?

Na terça-feira, quantos pacotes de leite se venderam a mais em relação a quinta-feira?

O provável e o improvável

Tarefa de Investigação

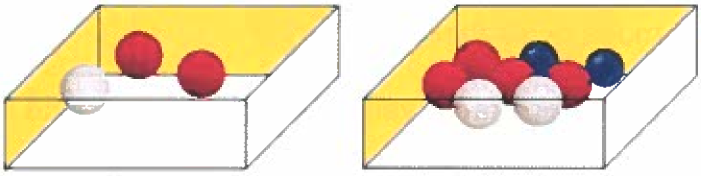
Normalmente, as pessoas utilizam na linguagem corrente as palavras provável e improvável, como se transcreve a seguir:

- É provável que chova na estação seca (gravana) ou na estação quente?
- É improvável que vá à Festa de Santa Catarina.
- É mais provável que encontres muitas pessoas nas praias a tomar banho na estação seca ou na estação quente?
- É improvável que cresça até aos 2,10m.
- Se lançares uma moeda ao ar é mais provável obter uma face ou outra?

Como interpretar estas frases?

Investiga

Vamos colocar sobre a secretária do professor duas caixas com bolas vermelhas, azuis e brancas, uma com 3 bolas e outra com 8 bolas e, sem ver, tiramos uma bola de cada, ao acaso.



A B

Em que caso é mais provável obter uma bola vermelha? Porquê?

Como verificas, se experimentares a executar esta actividade com os teus colegas não podes prever quais as bolas que vão tirar das caixas, quando tiram uma bola de cada caixa. Só teriam a certeza de tirar uma bola vermelha de uma das caixas no fim de as tirar todas da caixa.

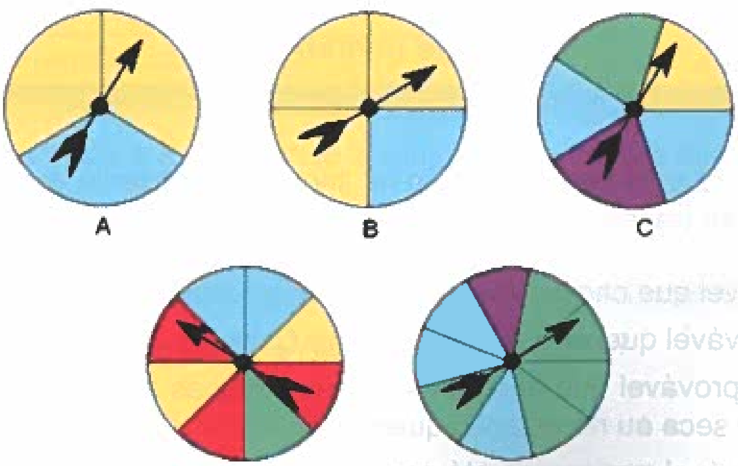
Assim, devemos dizer que é **provável** tirar de uma das caixas uma bola vermelha; **impossível** tirar uma bola preta, **certo** tirar uma bola vermelha ou azul ou branca.

Já podes agora interpretar o conteúdo das frases escritas na tarefa.

Quando falamos de **improvável** é algo que quase **de certeza não vai acontecer** e de **provável** é algo que **pode acontecer ou não**, dependendo do acaso.

Exercícios

1. Observa as seguintes rodas da sorte:



A B C

D E

Qual é a cor que é mais provável sair em cada uma das cinco rodas?

Exercícios e Problemas

1. Numa loja venderam-se 20 pares de sapatos num dia, com os seguintes tamanhos:

35	37	36	35	36	36	34	35	36	36
35	34	36	36	35	36	36	37	37	34

- Constrói uma tabela de frequência relativa aos dados.
- Determina a moda.
- Se tivesses de encomendar sapatos para vender na semana seguinte, qual era o número que pedias mais?

2. Um desportista tinha de correr, em média, por dia, 9km. Durante uma determinada semana, ele correu, de acordo com os registos na tabela seguinte:

Segunda	Terça	Quarta	Quinta	Sexta	Sábado	Domingo
7km	8km	9km	10km	7km	11km	?

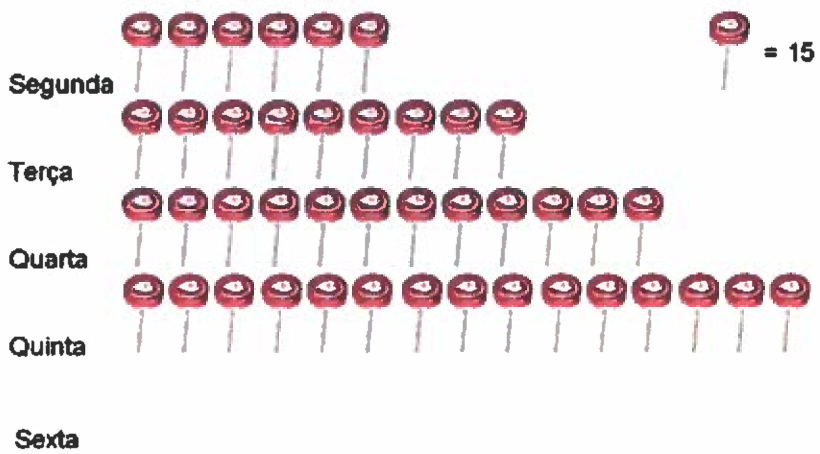
Quantos quilómetros tem de correr no domingo para manter a média?

3. Quatro amigos tinham, em média, 11 anos de idade. Juntou-se ao grupo dos quatro um outro amigo.

Qual é a idade desse amigo, se a média passar a ser:

- 12 anos?
- 10 anos?

4. Para fazer uma previsão para compras a senhora que vende chupas na banca à porta da Escola de Santana fez uma estatística que é apresentada no gráfico seguinte:



- Como se chama este tipo de gráfico?
- Quantos chupas vendeu na quarta-feira?
- Observa bem o gráfico e faz uma previsão para as vendas de chupas na sexta-feira.

Explica por escrito, a tua resposta.

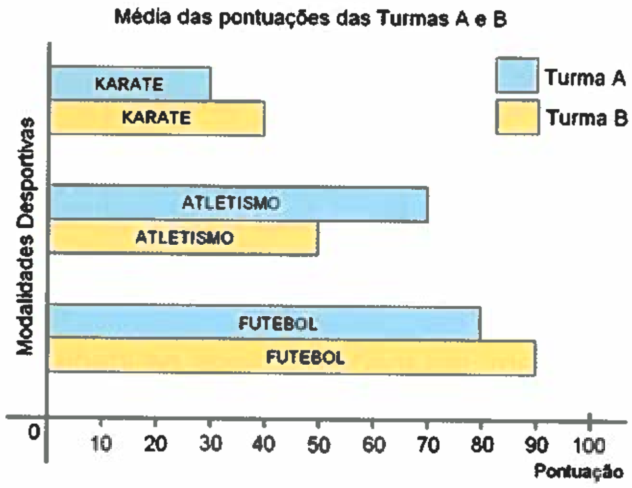
5. Em três dias seguidos observaram-se as seguintes temperaturas máximas:

30 °C ; 29°C ; 34°C

Qual foi a temperatura média dos três dias?

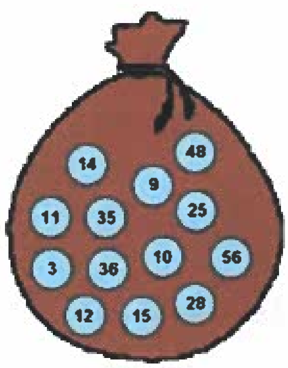
6. Escreve o teu nome no caderno.
Relativamente às letras da palavra ou palavras, qual é a moda?

7. Observa o gráfico seguinte:



- Em que modalidade desportiva obteve a turma B melhores resultados?
- No atletismo, qual foi a turma que obteve, em média, melhores resultados?
- Em qual das modalidades existe maior diferença entre as pontuações médias obtidas?

8. Num saco há treze bolas numeradas.



- Copia a tabela para o teu caderno e completa-a com os números das bolas do saco.

Múltiplo de 3	
Múltiplo de 5	10
Múltiplo de 7	

Tirando uma bola do saco, ao acaso, qual é mais provável sair: com múltiplo de 3, com múltiplo de 5 ou com múltiplo de 7?

Unidade 7 – ÁREAS E VOLUMES

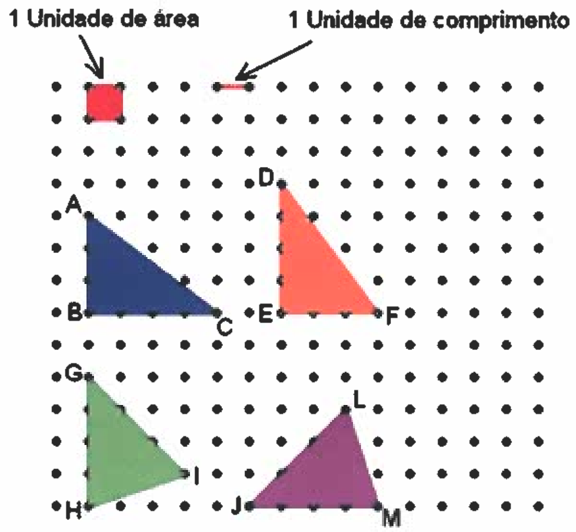
Medição de Áreas

Área do Triângulo

Como sabes, para determinar a medida da área de uma superfície é necessário ter uma unidade de medida de área e verificar quantas vezes essa unidade "cabe" na área que se pretende calcular.

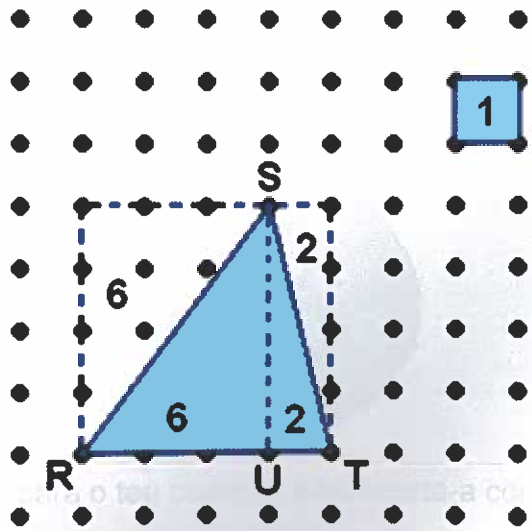
Tarefa de Investigação

Quais serão as áreas dos triângulos coloridos, desenhados no papel ponteado?



Investiga

Observa a figura seguinte, onde estão registados os valores das medidas das áreas das várias figuras que a compõem e o da unidade de medida.



A área do triângulo [RST] foi calculada tendo como unidade de medida o quadrado de área 1.

- A [RSU] = 6 unidades de área.
- A [UST] = 2 unidades de área.
- A [RST] = 8 unidades de área.

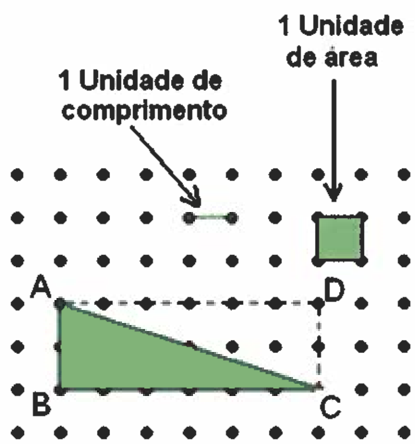
Determina agora, da mesma forma, as áreas dos triângulos da figura inicial. Obténs os valores seguintes:

- A [ABC] = 6 unidades de área.
- A [DEF] = 6 unidades de área.
- A [GHI] = 6 unidades de área.
- A [JLM] = 6 unidades de área.

Como todos os triângulos têm a **mesma área** dizemos que são **superfícies equivalentes**.

Exercícios

1. Qual é a área do triângulo [ABC] da figura seguinte?



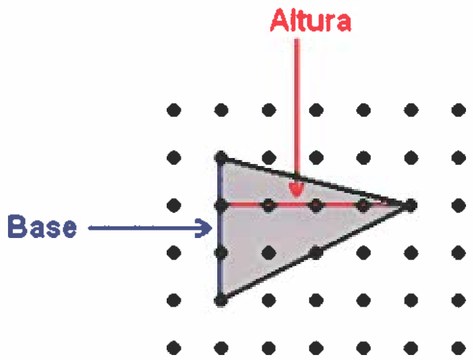
2. Desenha, no teu caderno quadriculado, um triângulo cuja área seja metade da área do triângulo [ABC] da questão anterior.

Já aprendeste na Unidade 3 a traçar a altura de um triângulo, em relação a um lado considerado como base desse triângulo.

Podemos traçar três alturas num triângulo.

Informação

Num triângulo, para cada lado podemos traçar uma altura.



Escolhido o lado que vai servir de **base** ao triângulo define-se a **altura** relativamente a essa base.

Informação

A recta que contém a altura de um triângulo, relativamente a uma determinada base, é perpendicular a essa base e contém o vértice oposto à base.

Tarefa de Investigação

Será que todos os triângulos que têm a mesma base e a mesma altura têm a mesma área?

Investiga

Considera os quatro triângulos da tarefa de investigação inicial, cuja área era a mesma, e para cada um deles considera como base o lado que mede 4. Traça as alturas relativas a cada uma dessas bases e mede os valores dessas alturas.

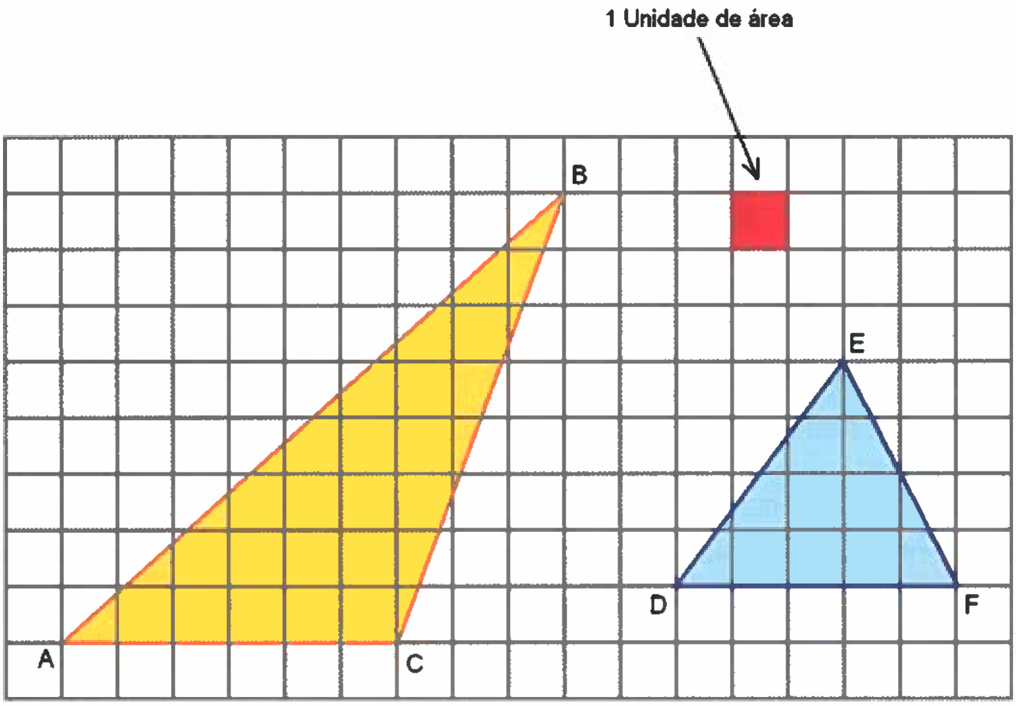
Como podes verificar todas elas medem 3 unidades de comprimento.

Podemos então concluir que:

Triângulos com a mesma base e a mesma altura têm a mesma área.

Exercícios

1. Observa os triângulos representados na figura seguinte:



- Copia as figuras para o teu caderno quadriculado e traça as alturas de cada um dos triângulos, relativamente às bases [AC] e [DF].
- Mede essas alturas e regista os valores no teu caderno.
- Calcula a área de cada um dos triângulos.

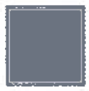
Área do rectângulo

Tarefa de Investigação

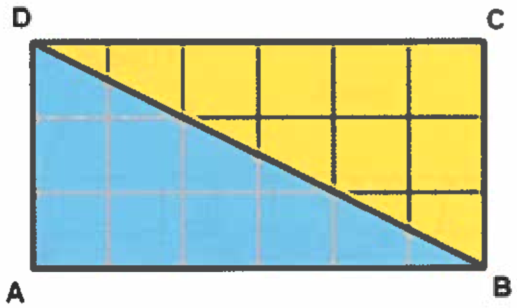
É possível relacionar a medida da área de um rectângulo com a medida da área do triângulo com a mesma base e a mesma altura do rectângulo?

Investiga

Considera o rectângulo seguinte com 18 unidades de área.



1 Unidade de área



Como se obtém a área do triângulo [ABD]?

A área do triângulo [ABD] é igual a metade da área do rectângulo [ABCD].

Vais agora realizar uma tarefa que te confirma esta afirmação.

- Desenha um rectângulo numa folha de papel e pinta-o de amarelo. (fig. 1)
- Desenha um triângulo qualquer com a mesma base e altura do rectângulo. (fig. 1)
- Desenha a altura do triângulo, usando esquadro ou dobrando o papel rectangular. (fig. 2)
- Pinta os triângulos que obtiveste dos dois lados, um de azul e outro de laranja. (fig. 2)
- Recorta com uma tesoura os triângulos amarelos. (fig. 3)
- Coloca os triângulos amarelos sobre os outros triângulos. (fig. 4)

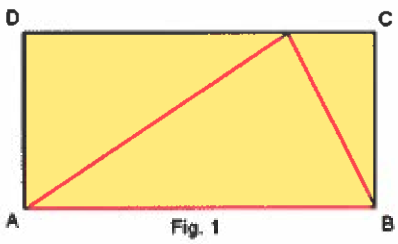


Fig. 1

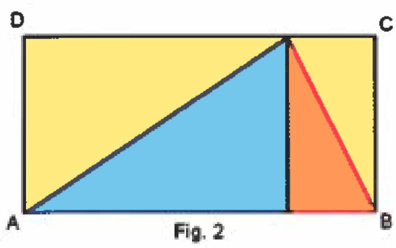


Fig. 2

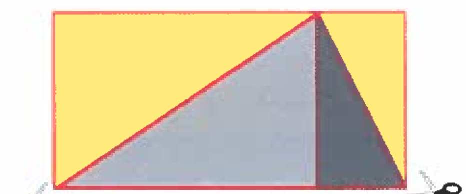


Fig 3

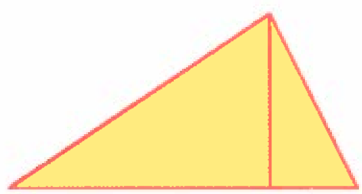


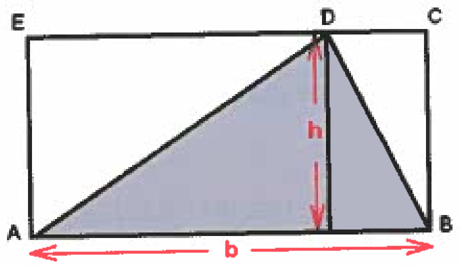
Fig. 4

O que observas?

Como verificaste, os triângulos amarelos e os azul e laranja sobrepuseram-se, ou seja, a área do rectângulo de que partimos é igual ao dobro da área do triângulo que observaste no final.

Informação

- A área do triângulo com a mesma base e altura de um rectângulo é metade da área desse rectângulo.
- A área do rectângulo com a mesma base e altura de um triângulo é o dobro da área desse triângulo.

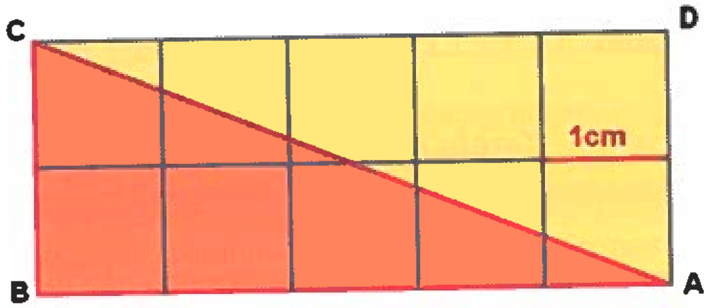


$$A_{\triangle[ADB]} = \frac{b \times h}{2}$$

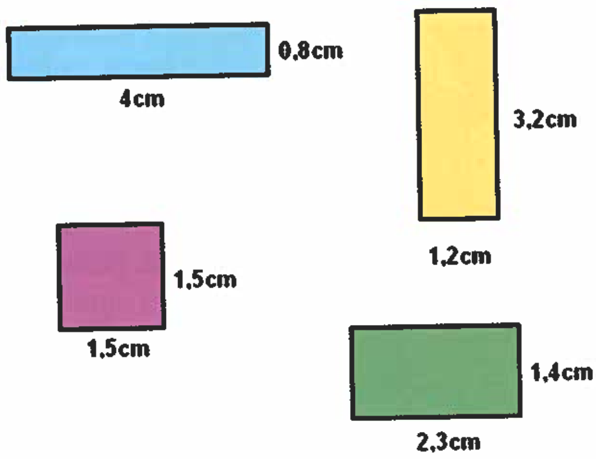
$$A_{\square[ABCE]} = b \times h$$

Exercícios

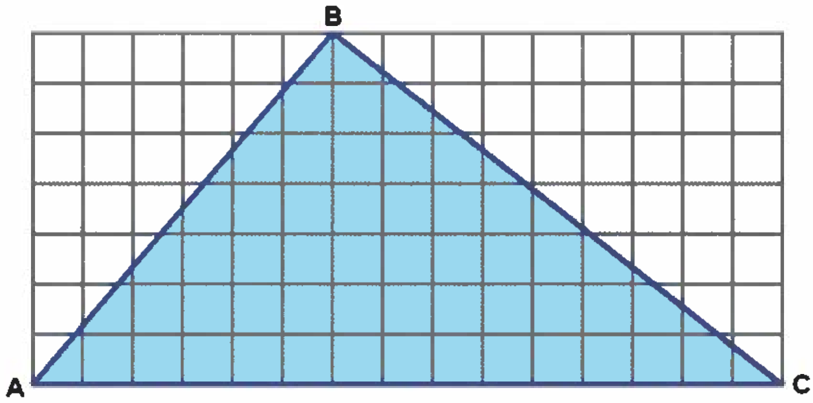
1. Calcula a área do triângulo [ABC].



2. Calcula a área de cada um dos rectângulos representados na figura seguinte.

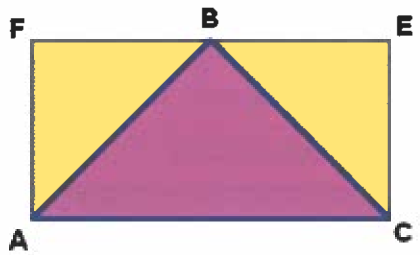


3. Observa a figura seguinte:



Se a unidade de medida for o comprimento da quadrícula, qual será a medida da área do triângulo pintado a azul?

4. A área do triângulo [ABC] é 7cm^2. Qual é a área do rectângulo [ACEF]?

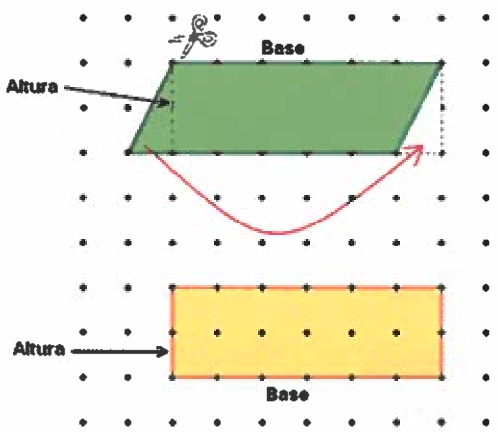


Área do Paralelogramo

Tarefa de Investigação

Como podes determinar a área de um paralelogramo não rectângulo?

Investiga

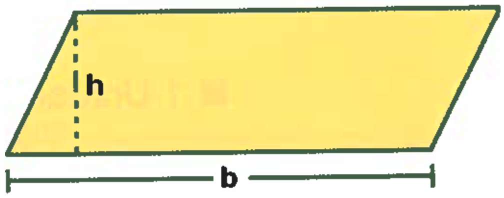


Observa o paralelogramo desenhado na figura. Se traçares a altura do paralelogramo a partir de um dos seus vértices para a base oposta e cortares a figura segundo essa altura obténs um triângulo que encaixa exactamente do outro lado da figura, constituindo um rectângulo como indicado na figura. Esse rectângulo tem a mesma base e a mesma altura que o paralelogramo inicial, sendo por isso figuras equivalentes e com a mesma área.

Informação

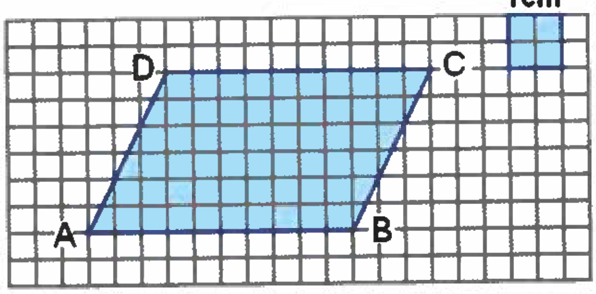
A área de um paralelogramo é igual à área de um rectângulo com a mesma base e a mesma altura.

$$A_{▱} = b \times h$$



Exercícios

1. Desenha no papel quadriculado do teu caderno um paralelogramo como o da figura:



- Quais são as características de um paralelogramo?
- Qual é a área do paralelogramo [ABCD]?
- Desenha, no teu caderno, dois paralelogramos não rectangulares que tenham a mesma área do paralelogramo da figura, mas com formas diferentes.

2. Calcula a área de cada uma das seguintes figuras, efectuando as medições necessárias com a ajuda de uma régua.


Fig. A

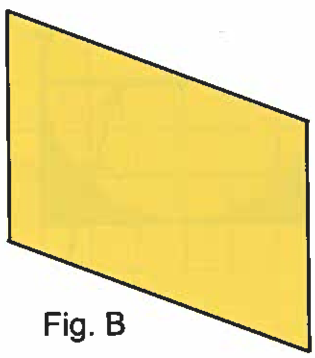


Fig. B

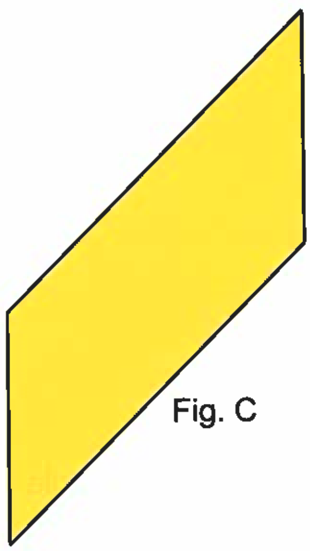
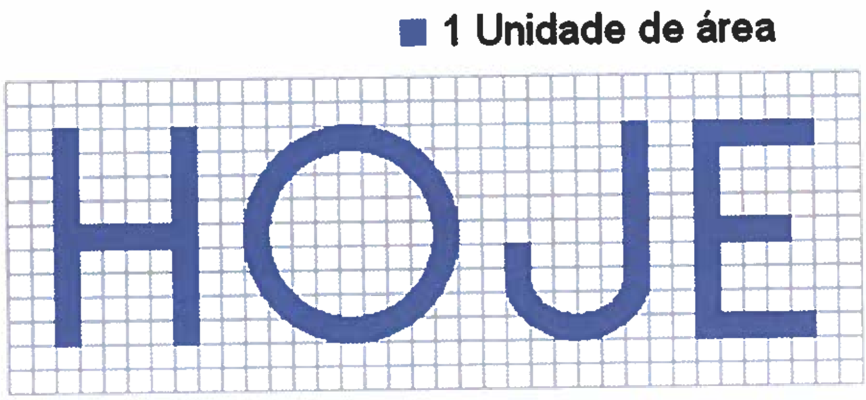


Fig. C

Área do Círculo

Tarefa de Investigação

A Edna tem o seguinte problema.
Como calcular a área de cada uma das letras da palavra seguinte?

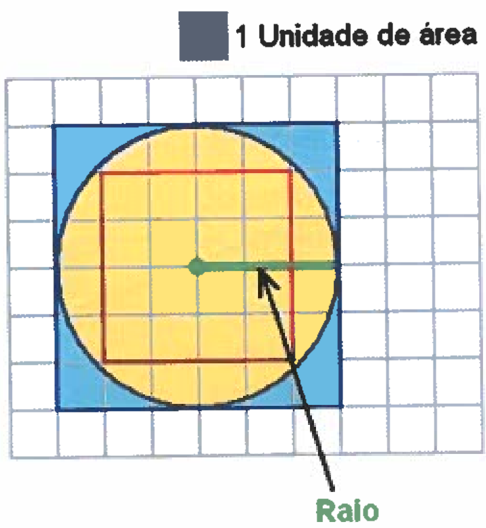


Investiga

As áreas das letras **H** e **E** são fáceis de determinar. Contando as quadriculas A_H = 22 unidades de área e A_E = 20 unidades de área. Quanto às áreas das letras **O** e **J** não é possível calculá-las apenas por contagem das quadrículas.

Se soubéssemos calcular a área de um círculo determinávamos a diferença entre a área do círculo maior e a do círculo menor e obtínhamos a área da letra O.

Vamos observar a figura:



A área do círculo fica compreendida entre 36 e 16 unidades de área.

A **área de um círculo** obtém-se através da fórmula:

$A_0 = \pi \times r^2$, com r = raio do círculo e
$\pi = 3{,}14$

Assim, a área da letra **O** será determinada da seguinte forma:

$A_{01} = \pi \times 4{,}5^2$
$= 3{,}14 \times 20{,}25$
$= 63{,}585$ unidades de área

$A_{02} = \pi \times 3{,}5^2$
$= 3{,}14 \times 12{,}25$
$= 38{,}565$ unidades de área

$A_o = A_{01} - A_{02}$
$= 63{,}585 - 38{,}565$
$= 25{,}02$ unidades de área

A área da letra J calcula-se por partes:

$A_J = A_U + A_I$

$$A_U = \frac{\pi \times 3^2}{2} - \frac{\pi \times 2^2}{2}$$
$$= \frac{3{,}14x(9\text{-}4)}{2}$$
$$= \frac{3{,}14x5}{2}$$
$$= \frac{15{,}7}{2}$$
$= 7{,}85$ unidades de área

$A_J = 7{,}85 + 5$
$= 12{,}85$ unidades de área

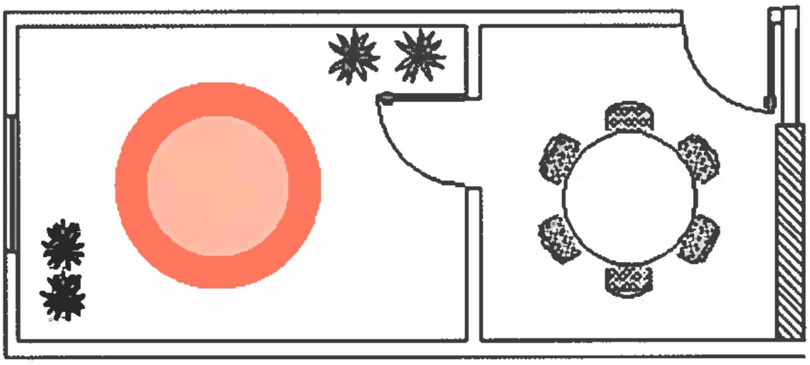
A área das letras da palavra HOJE é:

$A_H + A_O + A_J + A_E = 22 + 25{,}02 + 12{,}85 + 20$

$A_{HOJE} = 79{,}87$ unidades de área

Exercícios

1. Numa sala comum rectangular foi colocada, na parte da sala de estar, uma carpete com a forma de um círculo, como mostra a figura.



- A sala de estar tem de comprimento 7m e de largura 4,5m;
- A altura do tecto ao chão é 2,5m.

Calcula:

- A soma das áreas das duas maiores paredes da sala de estar;
- A parte do chão da sala de estar que ficou descoberta depois de se colocar a carpete, cujo diâmetro é de 3m.

2. Completa a tabela relativa às áreas e perímetros de círculos, considerando $\pi = 3,14$

Raio (m)	Diâmetro (m)	Área (m^2)	Perímetro (m)
	0,8		
5			

Medição de Volumes

Comparar Volumes

Tarefa de Investigação

Observa os sólidos representados a seguir, construídos com cubos geometricamente iguais.

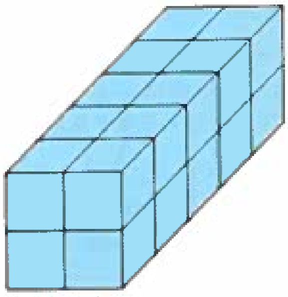


Fig. 1

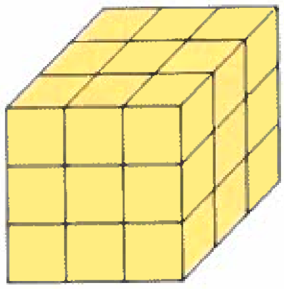


Fig. 2

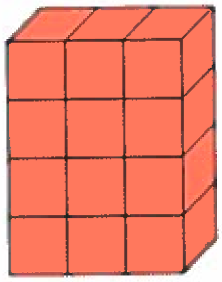


Fig. 3

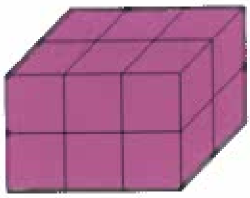


Fig. 4

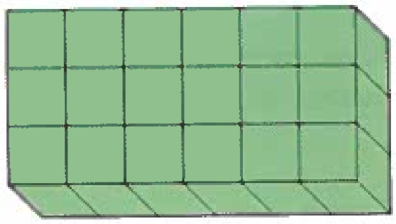


Fig. 5

- Qual dos sólidos tem o maior volume?
- E qual tem o menor volume?
- Haverá sólidos com o mesmo volume?
- Como calcular os volumes destes sólidos?

Como sabes, para calcularmos o volume de um objecto temos de ter uma unidade de medida com a qual vamos medir esse objecto, de forma a determinarmos o espaço que ele ocupa, referido a essa unidade de medida. Se escolhermos outra unidade, obteremos outro valor para o volume do mesmo objecto.

Investiga

Vamos contar o número de cubos de cada figura.

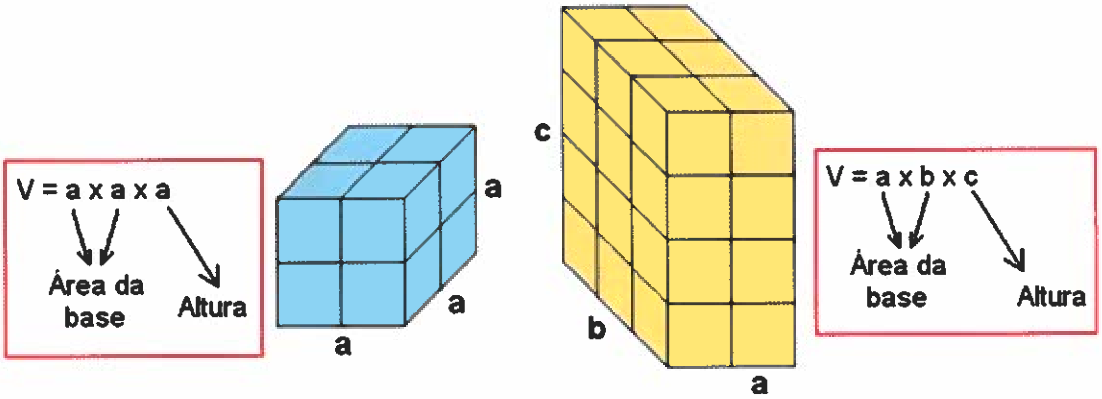
Fig. 1 → 20 cubos
Fig. 2 → 27 cubos
Fig. 3 → 12 cubos
Fig. 4 → 12 cubos
Fig. 5 → 18 cubos

Assim, o sólido que tem o maior volume é o que foi construído com o maior número de cubos, o da figura 2.

Os sólidos que têm o menor volume são o da figura 3 e o da figura 4, com 12 cubos cada. Esses são também os sólidos com igual volume.

Volume do Cubo e do Paralelepípedo

O cubo e o paralelepípedo são sólidos com duas bases. Escolhemos uma delas para podermos calcular o volume de cada um dos sólidos.

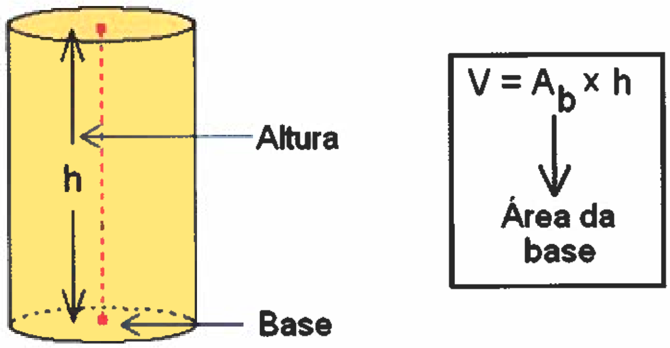


Como verificas, tanto o volume do cubo como o do paralelepípedo podem ser calculados multiplicando a área da base pela altura.

Volume do Cilindro

Tarefa de Investigação

Será que o volume do cilindro se calcula da mesma forma que o do paralelepípedo?



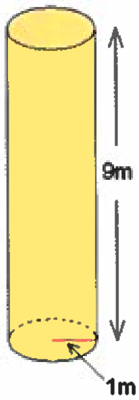
Investiga

Observa os dois cilindros representados a seguir

Os volumes de ambos são iguais a 12,56cm³. Esses volumes foram calculados usando o mesmo processo que usámos para calcular o volume do paralelepípedo. Como podes verificar, os dois cilindros têm o mesmo volume mas formas diferentes.

Exercícios

1. Calcula o volume do cilindro representado na figura.

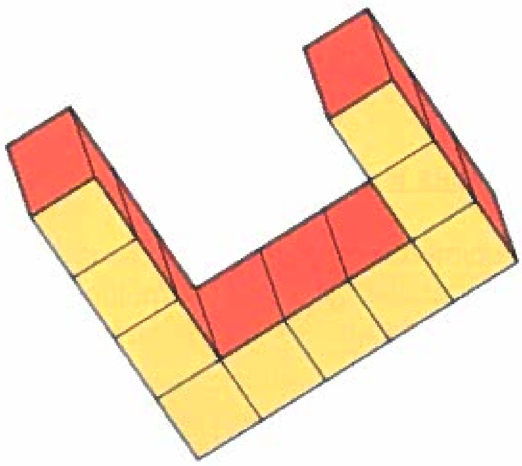


2. Completa o quadro seguinte, relativo a cilindros:

Raio (cm)	Área da Base (cm^2)	Altura (cm)	Volume (cm^3)
2		1,5	
	7,065		35,325

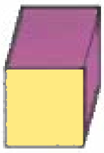
Considera $\pi = 3,14$

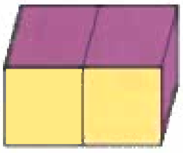
3. Observa o sólido representado na figura seguinte, construído com cubos geometricamente iguais.

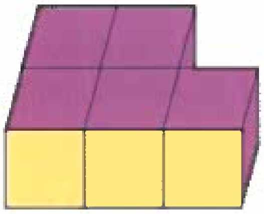


- Quantos cubos foram necessários para construir o sólido?

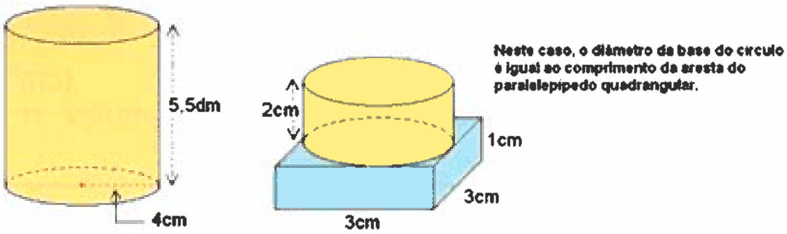
- Qual é a medida do volume do sólido se a unidade de volume for:

a) 

b) 

c) 

4. Calcula o volume de cada um dos sólidos:



5. Das afirmações seguintes, assinala com X as que são verdadeiras:

☐ $1dm^3$ é a décima parte de $100m^3$

☐ $1m^3$ é igual a $1000dm^3$

☐ O volume de um cubo com 4cm de aresta é menor do que o volume de um cilindro com 4cm de altura e 4cm de diâmetro.

<u>Medição de Capacidades e de Volumes</u>

Já é do teu conhecimento que para medir a capacidade de um recipiente se usa como unidade principal de medida o litro e que os múltiplos e submúltiplos do litro se utilizam de acordo com o tamanho do recipiente de que queremos determinar a capacidade.

Para medir o volume de um objecto usam-se as unidades de volume, em que a unidade principal é o m^3 e os múltiplos e submúltiplos dessa unidade utilizam-se também, mas de acordo com o tamanho do objecto de que queremos medir o volume.

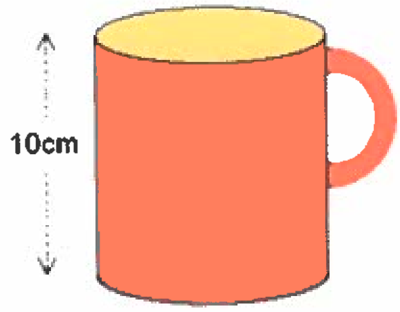
Sabes ainda que os dois sistemas de medida se podem relacionar, de forma a estabelecer correspondência entre os valores como, por exemplo, $1dm^3$ = 1 litro.

Apresentam-se a seguir várias situações de medida, tanto do volume como da capacidade de objectos ou recipientes, de forma a que possas estabelecer equivalências entre elas.

Actividade 1

Uma caneca com a forma de um cilindro leva 1 litro de sumo.

Se a altura da caneca é 10cm, qual é a área da sua base?

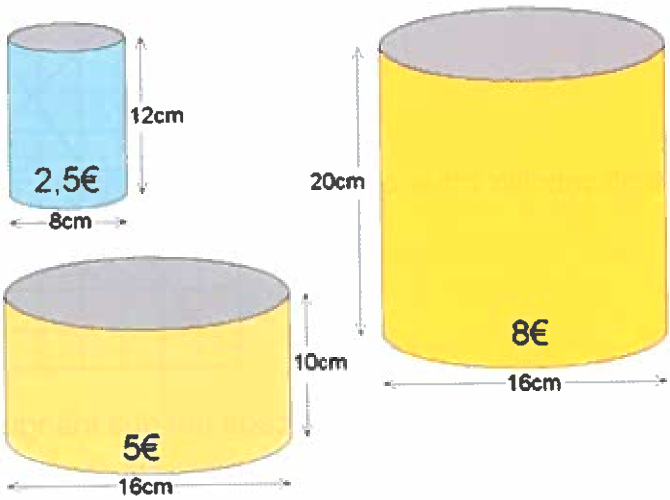


$1dm^3 = 1$ Litro

Actividade 2

Num supermercado vendem-se conservas em latas de diferentes tamanhos e preços, como ilustra a figura ao lado.

Que lata será a compra mais acertada? Justifica a tua resposta.

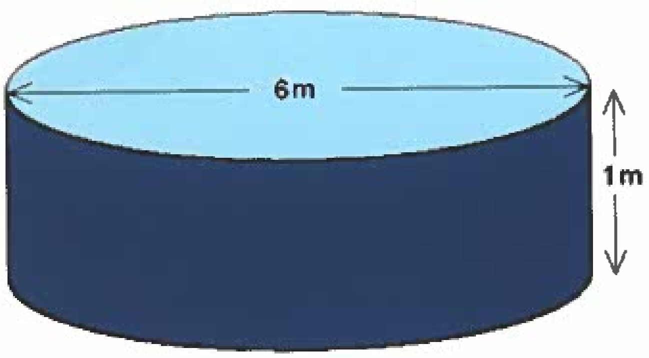


Actividade 3

Um lago cilíndrico tem de dimensões do seu interior 1m de altura e 6m de diâmetro.

Pretende-se que esse lago tenha água até $\frac{3}{4}$ da sua altura.

Quantos litros de água é preciso deitar no lago?

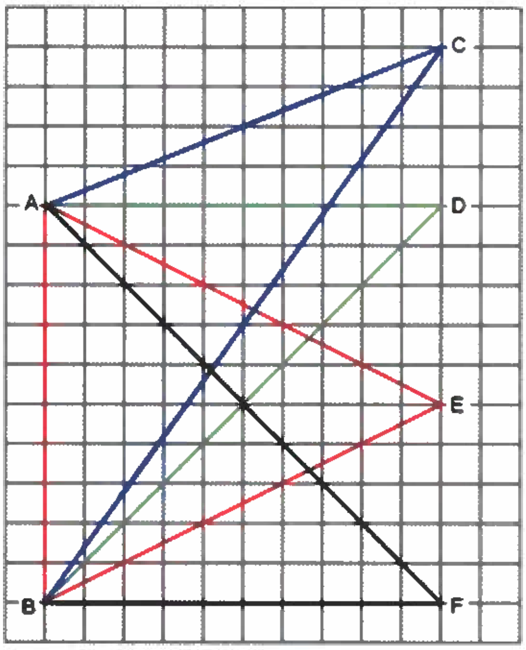


As noções de área e de perímetro de figuras geométricas já foram introduzidas anteriormente.

Vamos relembrá-las na resolução de algumas questões.

1.ª Questão

Observa a figura:

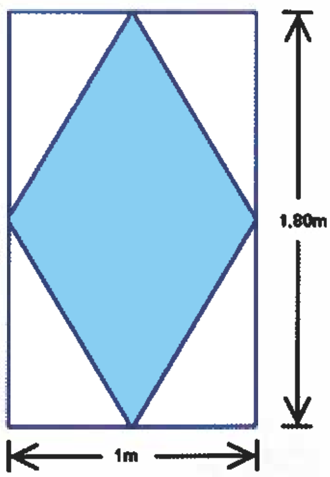


- Qual é a área de cada um dos triângulos representados na figura?
- Qual é o perímetro de cada um dos triângulos representados no quadriculado? (usa a régua para efectuares as medições necessárias)
- Podes tirar algumas conclusões dos resultados obtidos, tanto para as áreas como para os perímetros dos triângulos representados na figura?

2.ª Questão

Num rectângulo de 1m por 1,80m uniram-se os pontos médios dos seus lados e formou-se uma figura, como está representado na figura.

- Como se designa a figura pintada a azul?
- Qual é a área dessa figura?
- Qual é o perímetro da mesma figura?



Exercícios e Problemas

1. Para cada caso escolhe o valor possível, assinalando-o com um X.

- A capacidade de uma piscina é:

  3kℓ ; 224ℓ ; 300000ℓ

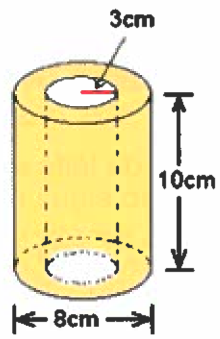
- O volume de uma embalagem de iogurte é:

  $0,25cm^3$; $1cm^3$; $125cm^3$

- A capacidade de uma panela é:

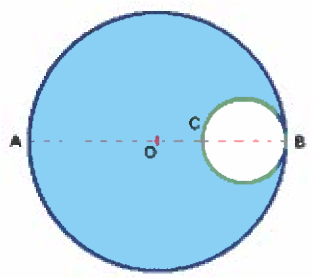
  100 ℓ ; 8 ℓ ; 10000dℓ

2. Construiu-se uma peça metálica retirando de um cilindro outro cilindro do seu interior, como mostra a figura.



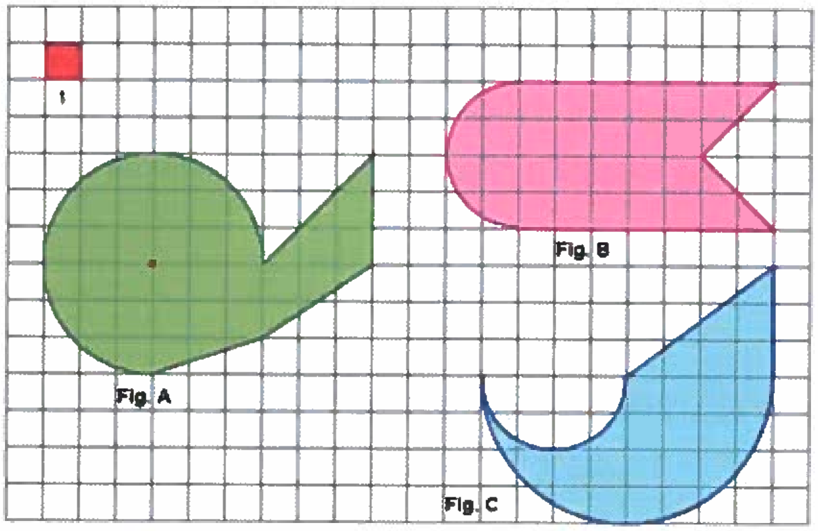
Qual é o volume da peça metálica?

3. Na figura estão representados dois círculos, em que um deles está contido no outro. O ponto B é comum às duas circunferências.



Sabendo que $\overline{(AB)}$ = 12cm e que o diâmetro da circunferência menor é $\frac{1}{3}$ do diâmetro da circunferência maior, calcula a área da parte da figura colorida a azul.

4. Calcula a medida da área de cada uma das seguintes figuras:

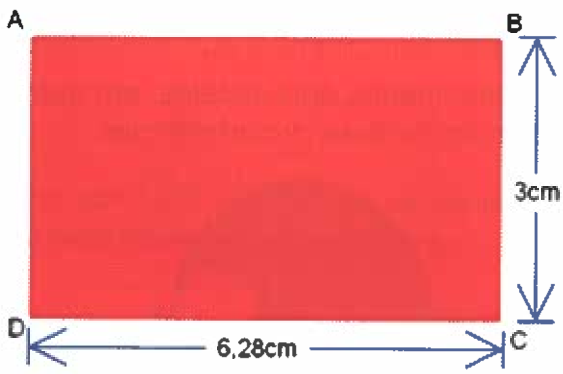


5. Uma torneira deita 20 litros de água por minuto. Quanto tempo leva a encher um tanque, com a forma de um cilindro, que tem 2m de altura e 22m de diâmetro? (usa $\pi=3,14$)

6. Uma caneca tem a forma de um cilindro em que o raio da base é 2,5cm e a altura 6cm.

- Com um litro de leite, quantas canecas iguais à descrita se podem encher?
- Que quantidade de leite sobra?

7. O rectângulo [ABCD] representa a planificação da superfície lateral de um cilindro com 3cm de altura.



Determina:

- O perímetro da base do cilindro;
- A área da base do cilindro;
- O volume do cilindro.

(considera $\pi=3,14$)

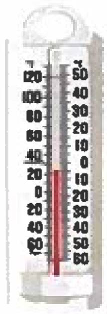
Unidade 8 – NÚMEROS INTEIROS RELATIVOS - ADIÇÃO E SUBTRACÇÃO

Números Inteiros Relativos

Tarefa de Investigação

A Eliana está sentada na rocha mais alta da praia da Lagoa Azul a olhar para o mar e sabe que está 23 metros acima do nível da água do mar. Quando a Eliana mergulha a uma profundidade de 15 metros ao largo dessa praia vê muitas conchas e objectos no fundo do mar. Como poderá ela representar estas distâncias, utilizando algarismos?

Investiga



Começa por observar uma arca frigorífica cheia de alimentos e pensa como poderás saber a temperatura no seu interior. Se já tiver ou poderes colocar um termómetro no seu interior podes fazer a leitura da temperatura e verás que marca um valor abaixo do 0, na escala que está impressa no termómetro.

Normalmente, o termómetro marca 18 graus abaixo de zero e diz-se que essa temperatura é negativa, ou seja, menos dezoito graus, que se representam por (- 18) que é um número negativo.

Esta mesma questão se põe quando se trata de representar quantias em dinheiro relativas a saldo de contas, que pode ser positivo, negativo ou nulo.

Por exemplo, pensa no que se passa numa loja em que para iniciar o negócio o dono entrou com um determinado valor de capital, por exemplo 10 milhões de dobras. Passado um tempo a venda de produtos já tinha sido da ordem dos 5 milhões de dobras mas de seguida veio uma conta para pagar ao principal fornecedor, no valor de 16 milhões de dobras.

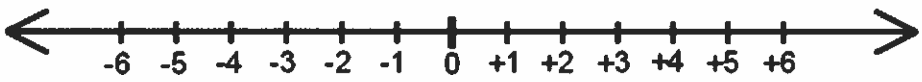
O dono da loja tinha essa quantia de dinheiro, em caixa, para proceder ao pagamento? Quanto ficou a dever ao fornecedor? Qual é o saldo?

Como te apercebeste, o dinheiro não chegava para pagar a conta. Podemos então dizer que ficou a dever 1 milhão de dobras, tendo pago os 15 milhões de dobras que possuía. O saldo é de menos 1 milhão de dobras ou (-1 000 000 Dbs).

Já estás agora em condições de dar resposta à primeira questão. A Eliana estava a +25 metros do nível da água do mar e os objectos e conchas do fundo do mar, na Lagoa Azul, estão a cerca de (-15) metros do nível da água do mar, que é considerado como o zero desta escala e não é nem um número positivo nem um número negativo.

Representação na recta

Na recta numérica os números representam-se da seguinte forma:

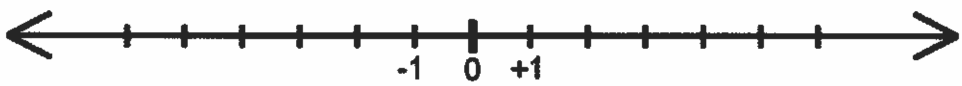


Informação

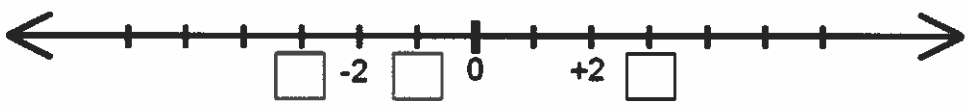
Numa recta, o número **0** (zero) não é nem positivo nem negativo.
Numa recta, os **números positivos** situam-se à **direita de 0**.
Numa recta, os **números negativos** situam-se à **esquerda de 0**.

Exercícios

1. Copia, para o teu caderno, a recta numérica desenhada a seguir e completa-a, escrevendo os números que cada um dos traços representa.



2. Observa a recta numérica e copia-a para o teu caderno.

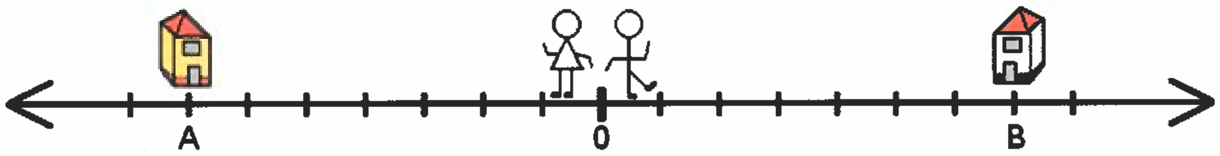


Escreve dentro de cada $\square$ o número que corresponde à posição que ele assinala na recta.

Números simétricos. Valor absoluto de um número.

Tarefa de Investigação

Observa o desenho, para retirares a informação de que precisas.



A Natacha e o Luís partiram do mesmo ponto, que corresponde ao 0 (zero), e dirigem-se às respectivas casas. Qual deles vai percorrer um caminho mais longo?

Investiga

O Luís para chegar ao ponto B, onde fica a sua casa, tem de andar 70 metros a partir do 0 (zero), para a direita.

A Natacha parte do 0 (zero) e anda 70 metros para a esquerda.

Podemos dizer que eles andaram o mesmo número de metros cada um, tendo a Natacha andado (-70 metros) e o Luís (+70 metros). Tanto um número como o outro têm o mesmo **valor absoluto** que é 70 e estão à mesma distância do zero, por isso se diz que eles são **números simétricos**.

O Zero é o único número que é igual ao seu simétrico.

Números simétricos são os que **têm o mesmo valor absoluto**.

Por exemplo, o número simétrico do número -10 é +10.

Exercícios

1. Qual é o simétrico de -105?
2. Completa a tabela:

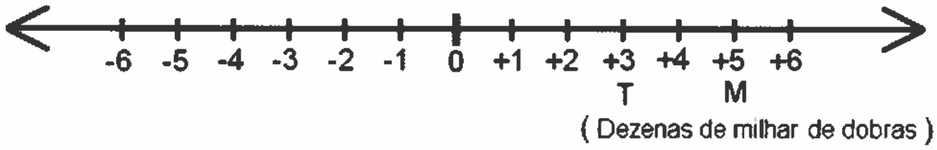
Número	Simétrico
-3	
	+11
	-127

Comparação e ordenação de números inteiros relativos. Conjuntos numéricos.

A Madalena tem 50000Dbs e o Tiago tem 30000Dbs.

Qual dos dois tem mais dinheiro?

Vamos representar os valores na recta numérica:



A Madalena tem mais dobras porque:

+50000 > +30000

Ou seja, na recta o número maior está colocado à direita.

Informação

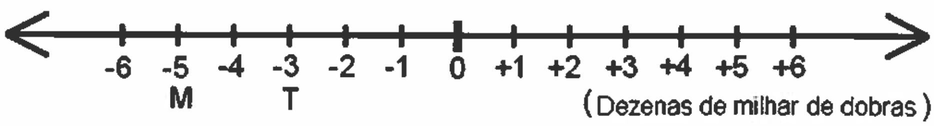
Dados dois números positivos distintos, o maior é o que tem maior valor absoluto.

Tarefa de Investigação

Se a Madalena dever a alguém 50000Dbs e o Tiago dever 30000Dbs e não tiverem dinheiro nenhum, qual dos dois está em melhor situação financeira?

Investiga

Vamos representar estes valores na recta:



Podemos dizer que o Tiago está em melhor situação financeira do que a Madalena porque -30000 > -50000

Informação

Dados dois números negativos distintos, o maior é o que tem menor valor absoluto.

Dados dois números positivos distintos, o maior é o que tem maior valor absoluto.

Como podes observar na recta, para quaisquer dois números o número menor está colocado à esquerda. No caso de dois números positivos, o menor está colocado à esquerda do outro; no caso de dois números negativos, o menor também está colocado na recta à esquerda do outro número; no caso de um número positivo e outro negativo, o número negativo está colocado na recta sempre à esquerda do número positivo.

Informação

Qualquer número negativo é menor do que um número positivo.

Qualquer número positivo é maior do que um número negativo.

0 (zero) é maior do que qualquer número negativo.

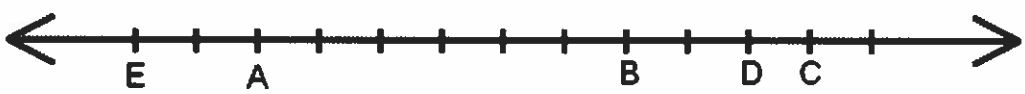
Exercícios

1. Completa com um dos símbolos > ou <:

+3 ______ + 5	0 ______ - 3
- 4 ______ - 6	+ 5 ______ 0
- 7 ______+ 4	-13 ______ - 113

2. Observa a recta numérica, cujo desenho está incompleto.

Sabe-se que aos pontos designados por A e B correspondem números simétricos.



- Copia o desenho da recta para o teu caderno e completa-o.
- Marca na recta o ponto F, sabendo que lhe corresponde o número zero.
- Qual é o número que corresponde à letra D?

3. Desenha, no teu caderno, uma recta numérica e assinala os números seguintes:

$$-3\ ;\ 1\ ;\ -4\ ;\ 2\ ;\ 6$$

• Dos números dados, qual é o maior? E o menor?

Conjuntos Numéricos

O conjunto dos números naturais representa-se pela letra N.

$N = \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Se ao conjunto N juntarmos o 0 obtemos o **conjunto dos números inteiros**, N_0.

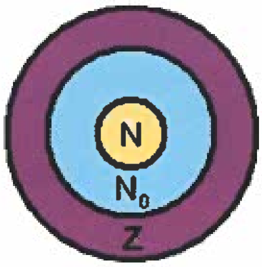
$N_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$

Se ao conjunto N_0 juntarmos o conjunto dos números inteiros negativos obtemos o **conjunto dos números inteiros relativos**, que se representa pela letra Z.

$Z = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots\}$

Por vezes escreve-se: $N = Z^+$

Apresenta-se a seguir uma representação gráfica destes conjuntos:



Exercícios

1. Completa, usando um dos símbolos $\in$ ou $\notin$:

$+3$	______	Z	-1	______	N
0	______	N	$-\frac{2}{3}$	______	Z
0	______	N_0	-10	______	Z
-7	______	Z	$+6$	______	Z^+

2. Ordena os seguintes números, por ordem crescente:

$$+5\ ;\ -8\ ;\ +2\ ;\ -7\ ;\ 0\ ;\ +9\ ;\ -3$$

Adição e Subtracção de Números Inteiros Relativos

Tarefa de Investigação

A Alzira e o Alberto estavam a jogar com sementes. Tinham dois cestos com sementes: um tinha sementes vermelhas e o outro tinha sementes brancas.

Sem olharem para os cestos tiravam uma mão cheia de sementes de cada um deles. Ganhavam se tirassem tantas sementes vermelhas como brancas.

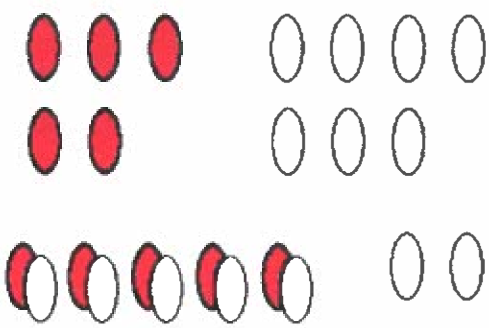
Como contavam as sementes?

Investiga

Um método que pode ser utilizado na contagem das sementes consiste em colocá-las em cima de uma mesa, as vermelhas e as brancas, e proceder à contagem da seguinte forma: "Uma vermelha e uma branca é igual a zero". Cada um dos jogadores repete este procedimento as vezes que forem necessárias até ou ficar com "zero" sementes e ganha ou lhe sobrarem uma ou mais sementes de uma só cor e perde.

Jogam dez vezes e é vencedor o que conseguir ganhar mais jogos.

Podemos explicar o jogo através de desenhos.



À semente vermelha associamos o sinal +

À semente branca associamos o sinal –

$$(+5) + (-7) = -2$$

Trata-se da adição de um número positivo, 5, com um número negativo -7. Depois de fazermos os pares (vermelho/branco) o resultado é igual a duas sementes brancas.

Trata-se da **adição de números inteiros relativos**.

Exercícios

1. Completa cada uma das seguintes expressões:

(-5) + (+4) = ______	(____) + (+4) = -2
(+3) + (-2) = ______	(-2) + (____) = 0
(-4) + (+10) = ______	(+6) + (-8) = ______

Subtracção de Números Inteiros Relativos

Se tivermos 8 sementes brancas e tirarmos 3, ficamos com 5 sementes brancas. Podemos traduzir essa operação por:

(-8) – (-3) = -5

"Tirar" (-3) é o mesmo que adicionar (+3)

(-8) – (-3) = -5

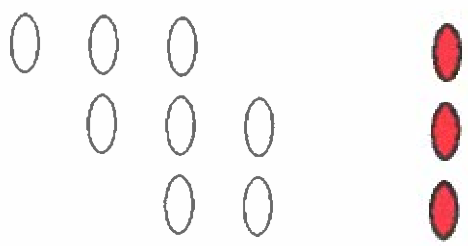
(-8) + (+3) = -5

E como podemos interpretar a expressão

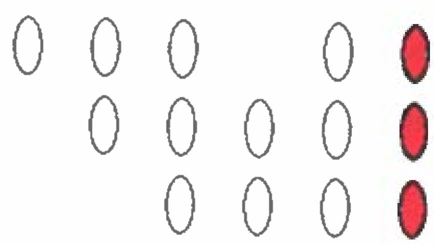
(-8) – (+3) ?

Tínhamos 8 sementes brancas e queríamos tirar 3 sementes vermelhas.

Esta é uma situação que parece de resolução impossível.



Para a resolvermos vamos juntar três sementes vermelhas e três sementes brancas que, como já aprendeste, representam zero.



(-8) + (-3) + (+3)

Se retirarmos agora as três sementes vermelhas ficamos com 11 sementes brancas:

= (-8) + (-3) =

= (-11)

Assim, a subtracção é sempre possível.

Exercícios

1. Calcula:

(-2) – (-7)	(-14) – (+50)
(+3) – (+2)	(+9) – (-11)
(-5) – (-15)	(-8) – (+4)

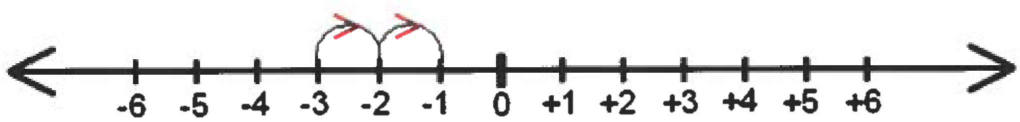
Informação

A soma de dois números inteiros relativos com o mesmo sinal é um número com o mesmo sinal e cujo valor absoluto é igual à soma dos valores absolutos das parcelas.

A soma de dois números inteiros relativos com sinais contrários e valor absoluto diferente é um número cujo valor absoluto é a diferença dos valores absolutos das parcelas e o sinal é igual ao sinal da parcela de maior valor absoluto.

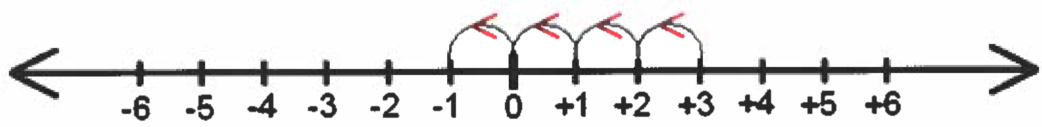
Vamos representar operações com números inteiros relativos na recta numérica:

No caso de (-3) + (+2)



teremos: (-3) + (+2) = -1

O percurso é partir de (-3), andar duas unidades para a direita e chegar a (-1).
Se pensarmos em (+3) + (-4) a representação será:



e teremos: (+3) + (-4) = -1

Partimos de (+3) andamos quatro unidades para a esquerda e vamos ter ao (-1).

Exercícios e Problemas

1 .Completa:

(-10) + (-4) = ______ (+10) + (+80) = ______

(-10) + (____) = -100 (+7) + (____) = +20

2. Completa:

(-6) + (-7) = ______ (-150) + (____) = +100

(-13) + (+7) = ______ (-400) + (____) = -100

(-5) + (____) = 0 (-100) + (____) = +100

3. Completa:

(+2) + (-2) = ______ (0) + (-3) = ______

(-2) + (0) = ______ (-4) + (____) = -8

4. Completa as frases:

A soma de dois números simétricos é ____________

A soma de zero com outro número relativo é ______________

5. O imperador romano Augusto nasceu no ano 63 antes de Cristo (a. C.) e morreu no ano 13 depois de Cristo (d. C.)

Quantos anos viveu o imperador Augusto?

6. Completa a tabela:

a	- 1	- 2	- 7	+ 5	- 6	- 8
b	- 3	+ 5	+ 6			
a - b				- 4	0	- 9

7. Calcula a duração de cada período histórico:

Romanos: de 205 a. C. a 410 a. C.

Visigodos: de 416 d. C. a 711 d. C.

8. Usando um dos símbolos $\in$ ou $\notin$ completa:

- 3 _____ N 0 _____ N

+3 _____ N 0 _____ N_0

- 3 _____ Z 0 _____ Z

Índice

Cooperação entre

REPÚBLICA DEMOCRÁTICA DE SÃO TOMÉ E PRÍNCIPE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, CULTURA, JUVENTUDE E DESPORTO

e

FUNDAÇÃO CALOUSTE GULBENKIAN